

Thema: Technologienutzung bei Prüfungsaufgaben und Übungsaufgaben zur österreichischen Matura

Aufgabe: Saturn-V-Rakete, <https://aufgabenpool.srdp.at>, Bsp. 2_025

Gertrud Aumayr

☒ TI-Nspire™ CAS

Schlagworte:

(Un-)Gleichungen und Gleichungssysteme, Änderungsmaße, Ableitungsfunktion / Stammfunktion, Summation und Integral, Lineare Funktion, Polynomfunktion

Didaktischer Kommentar:

Ab dem Haupttermin 2018 werden Minimalanforderungen für elektronische Hilfsmittel festgelegt (Siehe § 18 Abs. 3 der Prüfungsordnung). Das bedeutet, dass der Einsatz von Technologie inklusive CAS derzeit einmal von Vorteil ist und langfristig unverzichtbar werden wird.

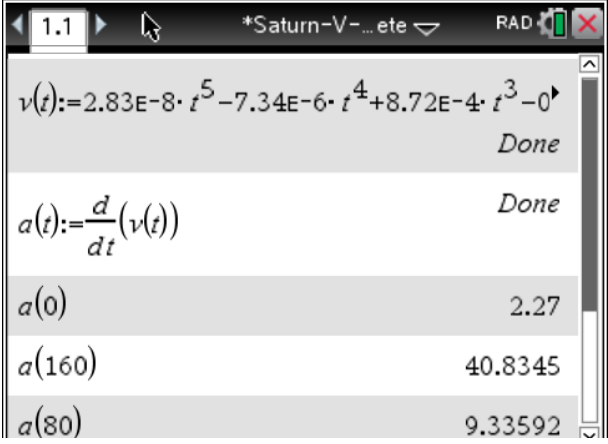
In den folgenden Aufgaben aus bisherigen Reifeprüfungen und aus dem Aufgabenpool des Ministeriums sollen die Möglichkeiten und Vorteile der Nutzung von TI Nspire CAS gezeigt werden.

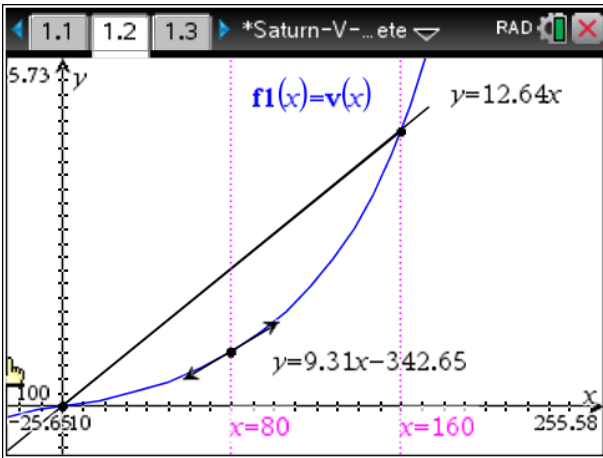
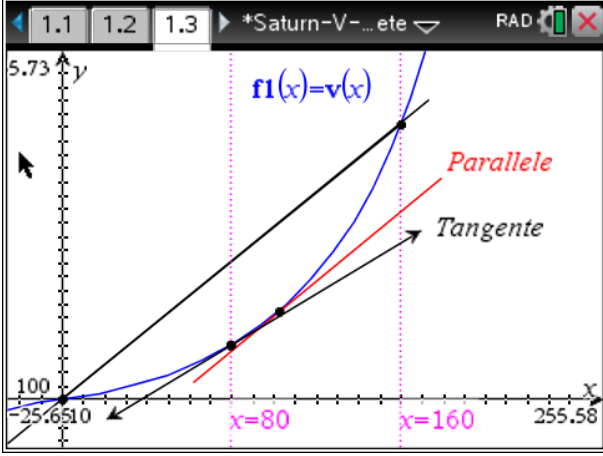
Die vorliegende Ausarbeitung soll verschiedene mögliche Lösungswege aufzeigen. Ob und welchen Weg die Schüler und Schülerinnen wählen werden, wird davon abhängig sein, wie Technologie im Unterricht eingesetzt wurde.

Aufgabenstellungen:

- a) Berechnen Sie die Beschleunigung einer Saturn V beim Start und am Ende der Brenndauer der ersten Stufe!

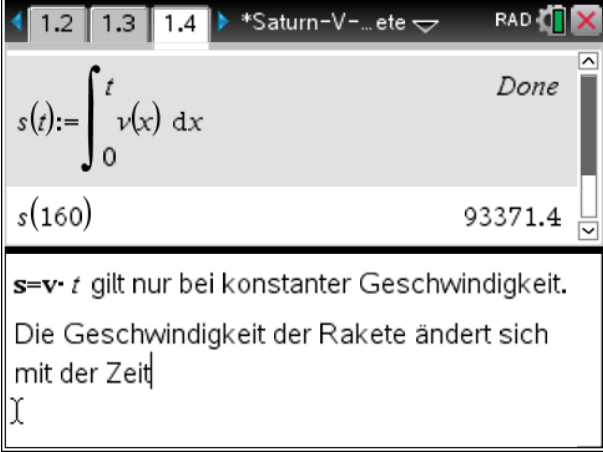
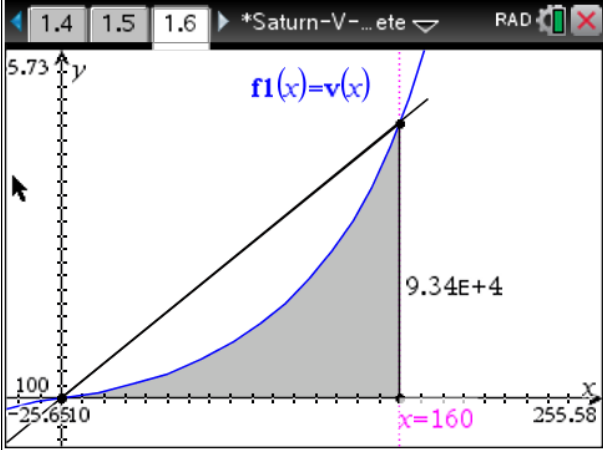
Geben Sie an, ob die Beschleunigung der Rakete nach der halben Brenndauer der ersten Stufe kleiner oder größer als die mittlere Beschleunigung (= mittlere Änderungsrate der Geschwindigkeit) während der ersten 160 Sekunden des Flugs ist! Begründen Sie Ihre Antwort anhand des Graphen der Geschwindigkeitsfunktion!

Ausarbeitung a	Kommentar
 <p> $v(t) := 2.83E-8 \cdot t^5 - 7.34E-6 \cdot t^4 + 8.72E-4 \cdot t^3 - 0$ $a(t) := \frac{d}{dt}(v(t))$ $a(0) = 2.27$ $a(160) = 40.8345$ $a(80) = 9.33592$ </p>	<ul style="list-style-type: none"> Eingabe der Geschwindigkeitsfunktion. Berechnen der Beschleunigungsfunktion. Einsetzen der Werte 0 und 160. <p>Nicht unbedingt notwendig:</p> <ul style="list-style-type: none"> Einsetzen von 80 in die Beschleunigungsfunktion. Berechnen der mittleren Änderungsrate.

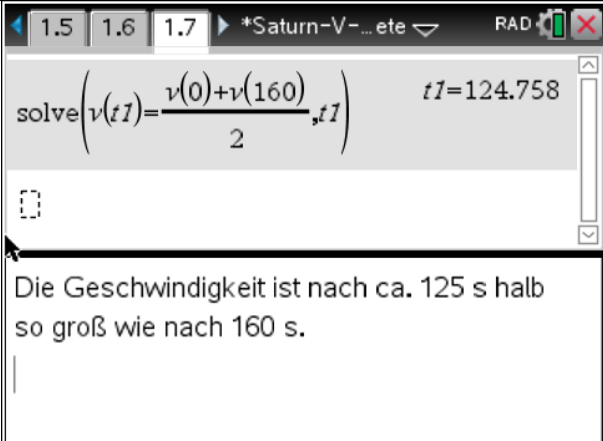
<div data-bbox="199 194 782 280" data-label="Equation-Block"> $a_{\text{mittel}} := \frac{v(160) - v(0)}{160} \quad 12.6352$ </div> <div data-bbox="188 315 793 770" data-label="Figure">  <p>The graph shows a blue curve representing the velocity function $f_1(x) = v(x)$ on a coordinate system where the x-axis represents time in seconds (0 to 255.58) and the y-axis represents velocity in m/s (-25.65 to 5.73). A black secant line connects the points $(0, 0)$ and $(160, 12.64)$, with the equation $y = 12.64x$. A red tangent line is drawn at $x = 80$, with the equation $y = 9.31x - 342.65$. Vertical dashed lines mark $x = 80$ and $x = 160$.</p> </div> <div data-bbox="199 804 734 958" data-label="Text"> <p>Die mittlere Beschleunigung (=Steigung der Sekante) in $[0;160]$ ist größer als die Momentanbeschleunigung (=Steigung der Tangente) bei $t=80$.</p> </div>	<ul style="list-style-type: none"> • Begründung mit Hilfe des Graphen. • Steigungen der Sekante und Tangente können direkt abgelesen und verglichen werden.
<div data-bbox="188 1010 331 1043" data-label="Text"> <p>Alternativ:</p> </div> <div data-bbox="188 1066 793 1520" data-label="Figure">  <p>This graph is similar to the one above but highlights a red tangent line at a point to the right of $x = 80$. This tangent line is parallel to the black secant line. Labels 'Parallele' and 'Tangente' point to these lines respectively. The x-axis is marked at $x = 80$ and $x = 160$.</p> </div>	<ul style="list-style-type: none"> • Begründung mit Hilfe der zur Sekanten parallelen Tangenten, deren Stelle des zugehörigen Berührungspunktes rechts von 80 liegt. Aus der Linkskrümmung der Funktion folgt daher, dass die Beschleunigung nach 80 Sekunden kleiner als die mittlere Beschleunigung im Intervall $[0;160]$ ist.

- b) Berechnen Sie die Länge des Weges, den eine Saturn V 160 s nach dem Start zurückgelegt hat!

Begründen Sie, warum in dieser Aufgabenstellung der zurückgelegte Weg nicht mit der Formel „Weg = Geschwindigkeit mal Zeit“ berechnet werden kann!

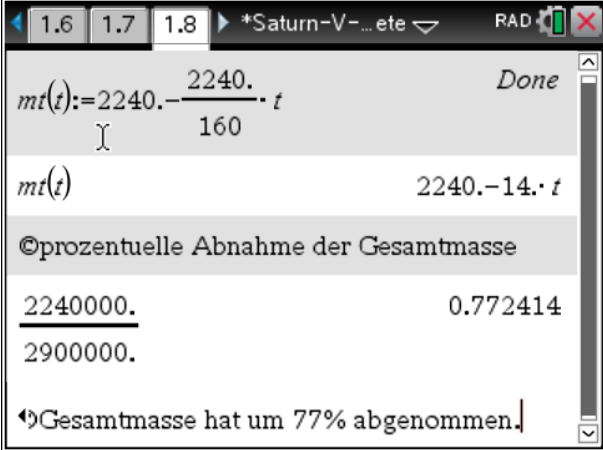
Ausarbeitung b	Kommentar
	<ul style="list-style-type: none"> Berechnen des zurückgelegten Weges.
Alternativ:	
	<ul style="list-style-type: none"> Ablezen des Weges aus der Graphik.

- c) Berechnen Sie denjenigen Zeitpunkt t_1 , für den gilt: $v(t_1) = \frac{v(0) + v(160)}{2}$.
Interpretieren Sie t_1 und $v(t_1)$ im gegebenen Kontext!

Ausarbeitung c	Kommentar
	<ul style="list-style-type: none"> Vorgegebene Gleichung lösen lassen.

- d) Beschreiben Sie die Abhängigkeit der Treibstoffmasse m_T (in Tonnen) der Saturn V von der Flugzeit t während der Brenndauer der ersten Stufe durch eine Funktionsgleichung!

Geben Sie die prozentuelle Abnahme der Gesamtmasse einer Saturn V für diesen Zeitraum an!

Ausarbeitung d	Kommentar
	<ul style="list-style-type: none"> • Gleichung angeben. • Prozentuelle Abnahme berechnen.