

Stage statistique – probabilités

TI-Nspire CAS

Rencontre entre agents secrets

Le problème¹

Le chef des services de renseignement d'un pays étranger souhaite que deux de ses agents secrets appelés X et Y , qui sont à Paris, puissent se rencontrer sans trop attirer l'attention.

Il leur demande de se rendre tous les premiers mercredis du mois entre 18 h et 19 h sous l'horloge de la salle des pas perdus de la gare Saint-Lazare en variant le plus possible leur instant d'arrivée.

Le premier des deux qui se trouve sur place a pour consigne d'attendre l'autre un temps T et de repartir au bout de ce temps même s'il n'a pas vu l'autre.

x et y désignent, en heures, les moments d'arrivée après 18 h des agents X et Y respectivement.

On a donc : $0 \leq x \leq 1$ et $0 \leq y \leq 1$.

Organisation de l'activité

Tout d'abord, pour un premier mercredi du mois donné, on va simuler les deux arrivées et déterminer s'il y a une rencontre ou non entre les deux agents secrets, puis on considère un échantillon de N premiers mercredis du mois. Cette première partie n'utilise pas de programme.

Ensuite, à l'aide d'un programme, on va s'intéresser à un échantillon de N premiers mercredis du mois et calculer la fréquence de rencontre des deux agents secrets.

Instructions et fonctions de programmation utilisées

Les instructions : **abs**, **rand()** et **sum**.

Les fonctions de programmation : boucle avec **For ... EndFor**, instruction conditionnelle avec **If ... Then ... Else ... EndIf**, déclaration de variables locales* **Local**, instruction d'affichage **Disp**.

* Les variables qui ne sont opérationnelles que dans ce programme sont des variables locales et sont désignées comme telles en début de programme.

Mise en œuvre

1. Simulation des deux arrivées un mercredi donné

Dans cette partie, $T = 15$ minutes, soit 0,25 h.

La consigne se traduit par : $x - y \leq \frac{1}{4}$ ou $y - x \leq \frac{1}{4}$ qui s'écrit : $|x - y| \leq \frac{1}{4}$ (valeur absolue de $x - y$).

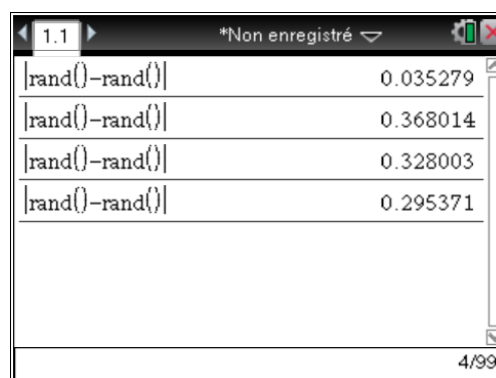
Dans TI-Nspire, taper  (**Modèles mathématiques**) puis choisir  ou taper : **abs(X - Y)**.

• Simulation de deux arrivées

L'instruction **rand()** renvoie un nombre aléatoire compris entre 0 et 1.

L'instruction **abs(rand() - rand())** renvoie la valeur absolue de **rand() - rand()** et permet de simuler cette expérience aléatoire.

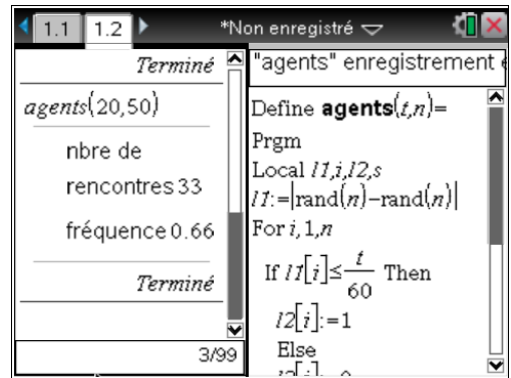
Le deuxième agent secret est arrivé $0,368014 \times 60 \approx 22$ minutes après le premier. La rencontre n'a pas eu lieu.



rand()-rand()	0.035279
rand()-rand()	0.368014
rand()-rand()	0.328003
rand()-rand()	0.295371

¹ Inspiré d'un exercice du livre : Statistique probabilité estimation ponctuelle
Auteurs : Claude Bouzitat, Pierre Bouzitat et Gilles Pagès. Éditions Cujas.

Lorsque le temps d'attente augmente, on peut estimer que le nombre de rencontres augmente.



The screenshot shows a TI-84 Plus calculator interface. The top status bar displays "1.1 1.2" and "*Non enregistré". The left pane shows the execution results of the program "agents(20,50)", with the following output:

```
Terminé
agents(20,50)
  nombre de
  rencontres 33
  fréquence 0.66
Terminé
3/99
```

The right pane shows the source code of the program "agents":

```
"agents" enregistrement
Define agents(t,n)=
Prgm
Local I1,i,I2,s
I1:=|rand(n)-rand(n)|
For i,1,n
If I1[i] ≤ t/60 Then
  I2[i]:=1
Else
  I2[i]:=0
EndFor
Return sum(I2)
```

The image displays three screenshots of a NetLogo environment, likely used for teaching probability or statistics in a high school context.

The top-left screenshot shows a window titled "1.1" with the status "*Non enregistré". It displays four rows of random number generation results, each consisting of the expression `|rand()-rand()|` and a numerical value:

<code> rand()-rand() </code>	0.035279
<code> rand()-rand() </code>	0.368014
<code> rand()-rand() </code>	0.328003
<code> rand()-rand() </code>	0.295371

The bottom-right corner of this window shows "4/99".

The top-right screenshot shows a window titled "1.1" with the status "*Non enregistré". It displays three rows of random number generation results, each consisting of the expression `|rand(10)-rand(10)|` and a list of numerical values:

<code> rand(10)-rand(10) </code>	{ 0.44648,0.65524,0.179014,0.67359,0.054}
<code> rand(10)-rand(10) </code>	{ 0.638549,0.046988,0.013974,0.723961,0.}
<code> rand(10)-rand(10) </code>	{ 8,0.146693,0.382721,0.620563,0.527094 }

The bottom-right corner of this window shows "1/7".

The bottom-left screenshot shows a window titled "1.1 1.2" with the status "*Non enregistré". It displays the definition of a procedure named `agents`:

```

"agents" enregistrement effect
Define agents(t,n)=
Prgm
Local l1,i,l2,s
l1:=|rand(n)-rand(n)|
For i,1,n
  If l1[i] ≤  $\frac{t}{60}$  Then
    l2[i]:=1
  Else
    l2[i]:=0

```

The bottom-left corner of this window shows "0/99".