

## 7. Lösen von Gleichungssystemen

<p><b>7.1 Ein lineares Gleichungssystem lösen</b> Alle Lösungen suchen</p>	<p>3 1</p>	<p>Löse das lineare Gleichungssystem</p> $\begin{cases} x + 2ay = 1 \\ 3x + 4ay = 0 \end{cases}$ <p>nach x und y auf:</p> <p><b>1. Weg:</b> solve(x+2*a*y=1 and 3*x+4*a*y=0, {x,y}) <input type="text" value="Enter"/> → x=-2 and y= <math>\frac{3}{2 \cdot a}</math></p> <p><b>2. Weg:</b> Dazu müssen alle Gleichungen so umgeformt werden, dass auf der rechten Seite des Gleichheitszeichens 0 steht:</p> $\begin{cases} x + 2ay - 1 = 0 \\ 3x + 4ay = 0 \end{cases}$ <p>zeros({x+2*a*y-1, 3*x+4*a*y}, {x, y}) <input type="text" value="Enter"/> → <math>\left[ -2 \quad \frac{3}{2 \cdot a} \right]</math></p> <p>Interpretation: x=-2, y= <math>\frac{3}{2 \cdot a}</math></p>
<p>Spezialfälle: ...keine Lösung</p>	<p>3 1</p>	<p>Löse das Gleichungssystem <math>\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x + 2y = 9 \end{cases}</math>:</p> <p><b>1. Weg:</b> solve(x+y=4 and 2*x+2*y=9, {x, y}) <input type="text" value="Enter"/> → false Das Gleichungssystem hat keine Lösung.</p> <p><b>2. Weg:</b> zeros({x+y-4, 2*x+2*y-9}, {x, y}) <input type="text" value="Enter"/> → {} Das Gleichungssystem hat keine Lösung.</p>
<p>...unendlich viele Lösungen</p>	<p>3 1</p>	<p>Löse das Gleichungssystem <math>\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x + 2y = 8 \end{cases}</math>:</p> <p><b>1. Weg:</b> solve(x+y=4 and 2*x+2*y=8, {x, y}) <input type="text" value="Enter"/> → x=-(c1-4) and y=c1 Anstelle von <b>c1</b>, <b>c2</b>, <b>c3</b>, <b>c4</b> usw. kann eine beliebige <i>reelle</i> Zahl eingesetzt werden. Im Beispiel ist y also beliebig und x=-(y-4).</p> <p><b>2. Weg:</b> zeros({x+y-4, 2*x+2*y-8}, {x, y}) <input type="text" value="Enter"/> → [-(c1-4) c1] Interpretation: x=-(y-4) und y=beliebig</p>

<p><b>7.2 Ein nichtlineares Gleichungssystem lösen</b> Alle Lösungen suchen</p> <p style="text-align: right;">Spezialfälle</p>	<p style="text-align: center;">3 1</p> <p style="text-align: center;">3 4</p>	<p>Löse das nichtlineare Gleichungssystem</p> $\begin{cases} 3b^2x^2 = 4a^2by \\ \frac{bx}{2} = \frac{ay}{3} \end{cases}$ <p>nach x und y auf:</p> <p><b>1. Weg:</b>  <code>solve(3*b^2*x^2=4*a^2*b*y and b*x/2=a*y/3, {x, y})</code> <code>Enter</code> → <math>x=2 \cdot a</math> and <math>y=3 \cdot b</math> or <math>x=\mathbf{c1}</math> and <math>y=0</math> and <math>b=0</math> or <math>x=\mathbf{c3}</math> and <math>y=\mathbf{c2}</math> and <math>a=0</math> and <math>b=0</math> or <math>x=0</math> and <math>y=0</math>          Interpretation („or“ trennt zwei Lösungen):</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>x_1=2a, y_1=3b</math></li> <li>• wenn <math>b=0</math>: <math>x_2</math> ist beliebig, <math>y_2=0</math></li> <li>• wenn <math>a=b=0</math>: <math>x_3</math> ist beliebig, <math>y_3</math> ist beliebig</li> <li>• <math>x_4=0, y_4=0</math></li> </ul> <p><b>2. Weg:</b>  <code>zeros({3*b^2*x^2-4*a^2*b*y, b*x/2-a*y/3}, {x, y})</code> <code>Enter</code> →</p> $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \{\mathbf{c6}, a = 0 \text{ and } b = 0\} & \{\mathbf{c5}, a = 0 \text{ and } b = 0\} \\ \{\mathbf{c4}, b = 0\} & \{0, b = 0\} \\ 2 \cdot a & 3 \cdot b \end{bmatrix}$ <p>Interpretation: Jede Zeile gibt eine Lösung an.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>x_1=0, y_1=0</math> (Zeile 1)</li> <li>• wenn <math>a=b=0</math>: <math>x_2</math> ist beliebig, <math>y_2</math> ist beliebig (Zeile 2)</li> <li>• wenn <math>b=0</math>: <math>x_3</math> ist beliebig, <math>y_3=0</math> (Zeile 3)</li> <li>• <math>x_4=2a, y_4=3b</math> (Zeile 4)</li> </ul> <p> Auch hier können als Lösungen true, false und Resultate mit <b>c1</b>, <b>c2</b> usw. auftreten. Anstelle von <b>c1</b> usw. kann eine beliebige <i>reelle</i> Zahl eingesetzt werden.</p>
<p><b>7.3 Die Lösungen kontrollieren</b></p>		<p>Erfüllen die Zahlenpaare <math>x=-2, y=\frac{3}{2a}</math> und <math>x=-1, y=\frac{3}{2a}</math> das Gleichungssystem</p> $\begin{cases} x + 2ay = 1 \\ 3x + 4ay = 0 \end{cases} ?$ <p><code>x+2*a*y=1 and 3*x+4*a*y=0   x=-2 and y=3/(2*a)</code> <code>Enter</code> → true</p> <p> Definitionsbereich des Ergebnisses kann größer sein als der der Eingabe. Die fraglichen Terme erfüllen das Gleichungssystem.</p>

