

Hur många människor har någonsin levat på jorden

I denna aktivitet tar vi upp ett problem som är lite udda. Här praktiseras både algebra, statistik och integralberäkning för att lösa ett demografiskt problem. Beräkningarna görs i kalkylarket

Frågan om hur många människor som någonsin bott på jorden är ett problem som har snurrat runt på internet under många år. 2011 och 2017 gjorde forskare på *The Population Reference Bureau (PRB)* en ordentlig analys.

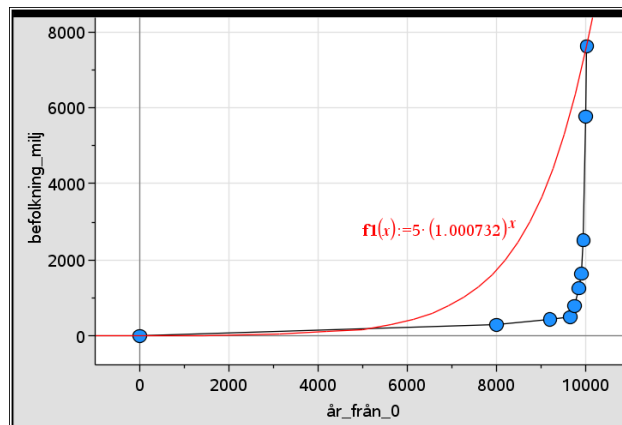


Du kan läsa mer på <https://www.prb.org/howmanypeoplehaveeverlivedonearth/>

Vi redovisar här hur det går till att göra en sådan beräkning. Vi har då utgått från de data som finns i tabellen i högra spalten. Vi börjar våra beräkningar för 8000 år sedan då man har uppskattat att det fanns 5 miljoner människor (*Homo sapiens*) på jorden.

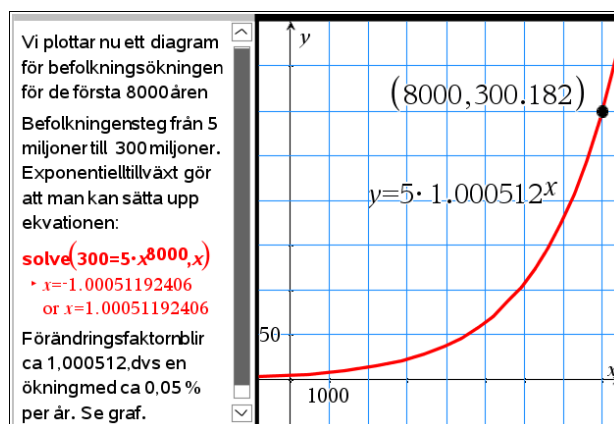
Om vi nu gör en modell för befolkningsutvecklingen från år 0 (10 018 år sedan) så ser vi att den kurvan väsentligt skiljer sig ifrån forskarnas data. I verkligheten har ökningen tagit fart en bit in på 1900-talet och inte för ca 4000 år sedan som den röda kurvan antyder.

Därför har man delat in dessa 10 018 år i ett antal tidsperioder enligt tabellen.



Födelseåret, dvs antalet födda i relation till folkmängden, långt tillbaka i tiden var också mycket större än det är idag. För 10 000 år sedan så var också medelåldern kanske bara drygt 10 år eftersom en stor del av barnen inte överlevde det första levnadsåret. Ett högt födelseantal garanterade artens överlevnad. Den låga tillväxten från år 1 och fram till 1600-talet anses bl.a. bero på sjukdomar och klimatförändringar. Man tror bl.a. annat att halva det bysantinska riket gick under på 500-talet. Det motsvarar ca 100 miljoner människor.

Om vi gör en *exponentiell* modell för den första tidsperioden på 8000 år, då befolkningen ökade från 5 miljoner till 300 miljoner, så blir det så här:



Vi börjar nu våra beräkningar för 8000 år sedan. Det blir år 0 i tabellen nedan.

år	befolkning	Antal födda per tusen
0	5	80
8000	300	80
9200	450	60
9650	500	60
9750	795	50
9850	1265	40
9900	1656	40
9950	2516	35
9995	5760	31
10 018	7610	23

Vi börjar med att beräkna förändringsfaktorn inom de olika intervallen, 0-8000, 8000-9200 osv. Vi förklarar i Nspire-dokumentet exakt hur det går till:

När vi ska beräkna förändringsfaktorn inom de olika intervallen gör vi nu så här: På 8000 år (i kalkylarket: $a2-a1$) så ökade befolkningen från 5 till 300 miljoner (i kalkylarket $b2-b1$)

Vi ställer upp ekvationen: $300=5 \cdot x^{8000}$

Vi skriver om: $\frac{300}{5} = x^{8000}$. Därefter upphöjer vi båda leden med $\frac{1}{8000}$

$$\left(\frac{300}{5}\right)^{\frac{1}{8000}} = x^{8000 \cdot \frac{1}{8000}} \text{ som ger } x = \left(\frac{300}{5}\right)^{\frac{1}{8000}}$$

I cell D2 kan vi då skriva $=\left(\frac{b2}{b1}\right)^{\frac{1}{a2-a1}}$

När du trycker på enter så beräknas förändringsfaktorn.

A	B	C	D	E	F
år från_0	befolknin...	födda_per...	f_faktor		
1	0.	5.	80.	_	
2	8000.	300.	80.	1.00051	
3	9200.	450.	60.		
4	9650.	500.	60.		
5	9750.	795.	50.		
6	9850.	1265.	40.		
7	9900.	1656.	40.		
8	9950.	2516.	35.		

D2: $=\left(\frac{b2}{b1}\right)^{\frac{1}{a2-a1}}$

Nu kommer det fiffiga: Markera cell D2, högerklicka och välj **Fylla**. Med markören markerar du sedan alla celler fram till sista raden:

A	B	C	D	E	F
år från_0	befolknin...	födda_per...	f_faktor		
2	8000.	300.	80.	1.00051	
3	9200.	450.	60.		
4	9650.	500.	60.		
5	9750.	795.	50.		
6	9850.	1265.	40.		
7	9900.	1656.	40.		
8	9950.	2516.	35.		
9	9995.	5760.	31.		

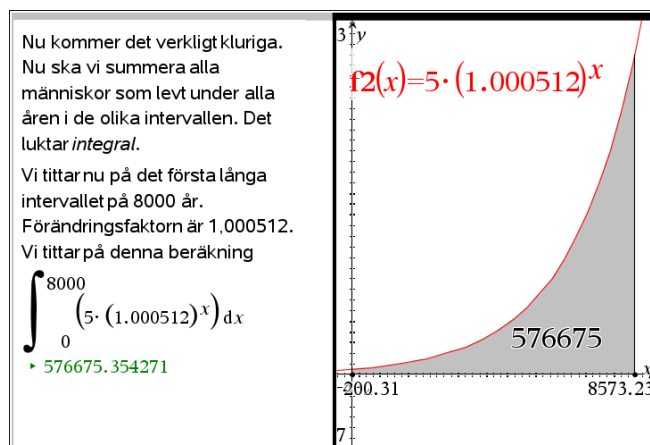
D2: $=\left(\frac{b2}{b1}\right)^{\frac{1}{a2-a1}}$

När du trycker på enter så får du hela listan med förändringsfaktorer.

r från_0	B befolknin...	C födda_per...	D f_faktor	E	F
1	0.	5.	80.	_	
2	8000.	300.	80.	1.00051	
3	9200.	450.	60.	1.00034	
4	9650.	500.	60.	1.00023	
5	9750.	795.	50.	1.00465	
6	9850.	1265.	40.	1.00466	
7	9900.	1656.	40.	1.0054	
8	9950.	2516.	35.	1.0084	

D3: $=\left(\frac{b3}{b2}\right)^{\frac{1}{a3-a2}}$

Nu till nästa steg. Vi ska nu summera (lägga ihop) antalet människor som har levt varje år under alla 8000 åren. Man kan säga att vi gör en numerisk integrering med 8000 steg. Tänk er 8000 smala staplar med bredden 1. En stapels höjd representerar då antalet födda just det året. Genom att multiplicera detta antal med födelsetalet (födda per tusen), som är $80/1000=0,08$, får vi då antalet människor som har fötts under detta år. Det ger svaret.



Vi får först summan 576 675. Genom att multiplicera med 0,08 får vi värdet på alla som har fötts och det ger i detta fall värdet 46 134 miljoner, dvs ca 46 miljarder. Man gör sedan likadant för alla andra intervall. Precis som med förändringsfaktorn så kan vi i kalkylarket få dessa beräkningar utförda på en gång.

r_från_0	B befolknin...	C födda_per...	D f_faktor	E antal_...	F
1	0.	5.	80.	—	—
2	8000.	300.	80.	1.00051	576380.
3	9200.	450.	60.	1.00034	
4	9650.	500.	60.	1.00023	
5	9750.	795.	50.	1.00465	
6	9850.	1265.	40.	1.00466	
7	9900.	1656.	40.	1.0054	
8	9950.	2516.	35.	1.0084	

$$E2 = \int_0^{a2-a1} (b1 \cdot d2^x) dx$$

Vi får resultatet **107 963** miljoner eller ca 108 miljarder. Idag lever alltså ca **7 %** av alla som har levt.

Man kunde naturligtvis ha tagit med en tidsperiod före 8000 år f.Kr. Här är det emellertid mycket svårt eller nästan omöjligt att göra uppskattningar av befolkningsstorlek och födelsetal.

I cell F2 står det alltså:

$$\int_0^{a2-a1} (b1 \cdot d2^x) dx$$

På samma sätt som förut använder man nu funktionen **Fylla**. Markera cell F2, högerklicka och väljs Fylla. Flytta nedåt och markera cellområdet ner till sista raden. Tryck sedan enter.

A år_från_0	B befolknin...	C födda_per...	D f_faktor	E antal_so...	F
1	0.	5.	80.	—	—
2	8000.	300.	80.	1.00051	576405.
3	9200.	450.	60.	1.00034	443935.
4	9650.	500.	60.	1.00023	213552.
5	9750.	795.	50.	1.00465	63614.1
6	9850.	1265.	40.	1.00466	101187.
7	9900.	1656.	40.	1.0054	72586.7
8	9950.	2516.	35.	1.0084	102806.

$$E2 = \int_0^{a2-a1} (b1 \cdot d2^x) dx$$

Nu multiplicerar vi varje rad i kolumn E med data i kolumn C (födelsetalen). Då får vi antalet födda i de olika intervallen. Resultatet läggs kolumn F. Sedan summerar vi alla data i kolumn F.

nin...	C födda_per...	D f_faktor	E antal_som...	F födda	G	
1	5.	80.	—	—	—	
2	300.	80.	1.0005119...	576404.834...	46112.3...	107963....
3	450.	60.	1.0003379...	443934.623...	26636.0...	
4	500.	60.	1.0002341...	213552.485...	12813.1...	
5	795.	50.	1.0046481...	63614.0523...	3180.70...	
6	265.	40.	1.0046556...	101187.274...	4047.49...	
7	656.	40.	1.0054011...	72586.7413...	2903.46...	
8	1516.	35.	1.0084003...	102805.568...	3598.19...	
9	760.	31.	1.0185763...	176247.485...	5463.67...	
10	610.	21.	1.0121834...	152768.668...	3208.14...	