Plier en deux

S. ETIENNE

Résumé : dans cette activité, les élèves travaillent avec les puissances de deux en partant d'une vidéo avec pour objectif de plier en deux une feuille de papier et de comprendre un modèle de puissance.

Niveau : à partir de la classe de 4ᵉ.

Mots-clés : puissance ; algèbre ; grandeurs et mesures ; ordre de grandeur ; écriture scientifique.

Fiche professeur, compléments : flasher le code 2D ou cliquer dessus

Compétences visées

Chercher : « S'engager dans une démarche scientifique, observer, questionner, manipuler, expérimenter (sur une feuille de papier, avec des objets, à l'aide de logiciels), émettre des hypothèses, chercher des exemples ou des contre- exemples, simplifier ou particulariser une situation, émettre une conjecture. »

Modéliser : « Traduire en langage mathématique une situation réelle (par exemple à l'aide d'équations, de fonctions, de configurations géométriques, d'outils statistiques). »

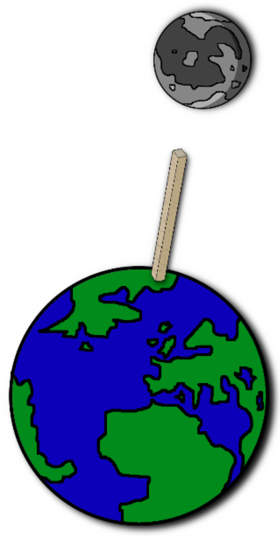
Calculer : « Contrôler la vraisemblance de ses résultats, notamment en estimant des ordres de grandeur ou en utilisant des encadrements. »

Communiquer : « Expliquer à l'oral ou à l'écrit (sa démarche, son raisonnement, un calcul, un protocole de construction géométrique, un algorithme), comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange. »

Situation-problème

Passer un extrait vidéo, dans le cadre officiel de l'exception pédagogique, pour plus de détails, voir la page Internet https://eduscol.education.fr/420/comment-utiliser-des-oeuvres-dans-un-cadre-pedagogique (visité en octobre 2024) :

- soit de la série Numb3rs (Saison 1, épisode 8 : *un coupable idéal*, 9 min 57 s à 10 min 31 s) via un achat permettant les droits de diffusion en classe ou par copie personnelle de sa diffusion sur une chaîne hertzienne ;
- soit de la série DUDU (Saison 3, épisode 1 : *une histoire de feuille*, intégralité, https://mathix.org/linux/archives/6451) en licence CC BY-NC-SA ;
- soit une vidéo trouvée par ailleurs sur Internet qui, si elle n'est pas en licence CC BY, nécessite un accord écrit de l'auteur de la vidéo.



Crédit : S.E.

S'il n'est pas possible d'avoir une accroche vidéo, proposer aux élèves le défi suivant : « Combien de fois est-il possible de plier une feuille de papier sur elle-même ? »

Demander alors aux élèves d'analyser la vidéo et de se poser au final une question mathématique en relation avec les données de la vidéo pour y répondre collectivement, avec la question de modélisation à réfléchir.

Par exemple : supposons que les problèmes de pliage soient résolus, dans ce cas, combien de fois faudrait-il plier une feuille sur elle-même pour arriver jusqu'au soleil ?

Scénario pédagogique

- Cette activité est de type tâche à prise d'initiative. Certaines méthodes ne sont pas expertes pour obtenir le résultat, avec une dimension temps des tests par exemple à prendre en considération pour inciter les élèves à basculer dans une méthode plus experte.
- La question posée nécessite de distribuer des feuilles aux élèves afin qu'ils puissent expérimenter, ne pas hésiter à donner des feuilles A3 ; A4 ; calque afin de montrer que ce n'est pas un type de papier qui bloque mais un problème sur le pli, qui entre l'intérieur et l'extérieur de celui-ci demande une longueur différente de papier. Il est important de s'entendre sur « plier en deux » : un pli correspond à partager en deux parties égales l'aire de la feuille. Ainsi, faire un accordéon n'est pas correct. Il existe des techniques pour augmenter le nombre de plis ; le record a été établi par Britney Gallivan, 12 fois, en 2002, alors qu'elle était lycéenne.
- Afin de poursuivre dans l'expérimentation, il est nécessaire d'avoir une ramette de papier de 500 feuilles, et la poser, ouverte, sur le bureau, cela peut faire office de feuille de recherche à distribuer aux élèves. Lorsque les élèves demandent quelle est l'épaisseur d'une feuille de papier, il suffit de désigner la ramette en indiquant qu'il y a environ 500 feuilles. Si cela n'est pas faisable, on pourra donner la valeur approximative de $0{,}1\ \mathrm{mm}$ pour l'épaisseur d'une seule feuille.
- A l'issue de cette première expérimentation, il faudra peut-être relancer le débat en indiquant que si on imagine ce problème réglé (modélisation), combien de plis faudrait-il pour avoir une hauteur fixée. La donnée de quelques distances remarquables est nécessaire :
  - hauteur de la Tour Eiffel : $325\ \mathrm{m}$;
  - distance Terre-Lune est d'environ $384\ 400\ \mathrm{km}$;
  - distance Terre-Soleil est d'environ $1{,}5 \times 10^8\ \mathrm{km}$.
- Pour les groupes les plus en difficulté ou pour inciter une méthode plus experte, voici quelques questions possibles afin de différencier.
  - De combien de feuilles est constitué l'ouvrage réalisé en pliant autant de fois que possible ?
  - Décrire une méthode pour déterminer l'épaisseur d'une feuille de papier standard.
  - Quelle serait la hauteur pour 2 plis ; 3 plis ; 6 plis ? [**N.B. :** « 6 plis » incite à la proportionnalité, ce qui n'est pas le cas ici.]
  - Déterminer une formule permettant de calculer la hauteur d'un ouvrage en ayant plié un certain nombre de fois.
- Une courte vidéo est disponible en scannant le code 2D ci-contre d'utilisation de la calculatrice TI-Collège Plus sur le thème des fonctions.
- **Pour les élèves les plus en avance :** il est possible de leur proposer un ou plusieurs prolongements, décrits en fin de fiche.

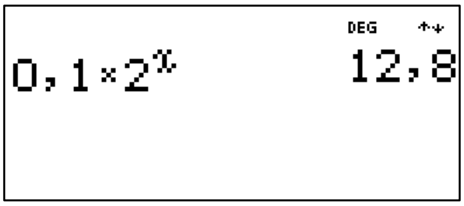
Plier en deux

Procédure possible

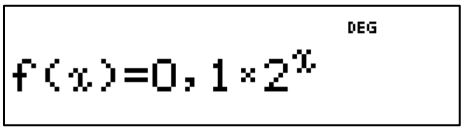
Voici quelques pistes pouvant aider à la résolution.

Pour utiliser la formule $0{,}1 \times 2^x$ mm donnant la hauteur de l'ouvrage en fonction du nombre de plis x, voici deux procédures suivant le niveau de classe :

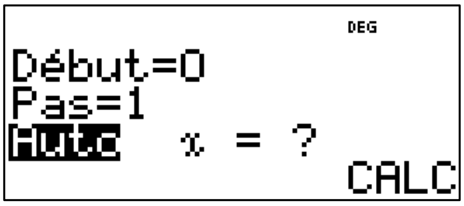
- A partir de la classe de 4ᵉ, avec la touche expression en appuyant sur [2nde] [f(x)]. Rentrer l'expression [0] [,] [1] [×] [2] [x^n] [x^{yzt}_{abc}] et valider par [entrer]. Le nouvel écran propose alors de rentrer une valeur de la variable qui est le nombre de plis. En rentrant 7, l'écran ci-contre est renvoyé, cela correspond à une hauteur théorique de $12{,}8$ mm. La question des unités est à considérer car plus le nombre de plis augmente et plus il devient difficile de lire les réponses proposées. D'autres procédures peuvent être utilisées.



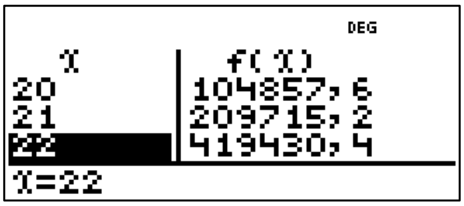
- A partir de la classe de 3ᵉ, avec les notions de fonction, on pourra utiliser la table de valeurs de la fonction $f : x \mapsto 0{,}1 \times 2^x$. Dans ce cas, définir la fonction en appuyant sur [f(x)] [0] [,] [1] [×] [2] [x^n] [x^{yzt}_{abc}], comme montré ci-contre.



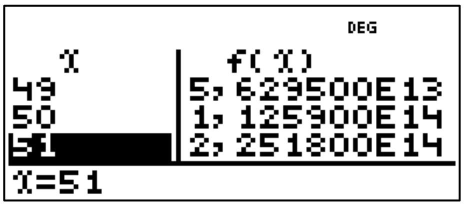
  En validant par [entrer], un deuxième écran apparait où il faut indiquer le début (0), le pas (1) et indiquer le mode, soit automatique, soit en demande auprès de l'utilisateur. Ici, le mode automatique peut être intéressant pour voir l'évolution de la fonction. Valider par [entrer] sur `CALC` pour obtenir l'écran suivant qui est la table de valeurs



  Il ne reste plus qu'à utiliser les flèches de direction ⊽ et ⊼ pour se déplacer dans la table jusqu'à la valeur souhaitée. Pour $x =$ 22, la Tour Eiffel est dépassée.



- Pour des valeurs plus importantes, il sera nécessaire d'expliquer l'apparition de « `E13` » à l'écran, qui signifie « $\times 10^{13}$ ». La valeur trouvée pour $x = 51$, soit environ $2{,}25 \times 10^{14}$, est difficile à lire pour les élèves : elle correspond au dépassement de la distance de la Terre au Soleil car exprimée en mm, en effet, $2{,}25 \times 10^{14}\ \text{mm} = 2{,}25 \times 10^{8}\ \text{km} > 1{,}5 \times 10^{8}\ \text{km}$.



Prolongements possibles

Voici des pistes pour les élèves les plus rapides ou qui ont envie de prolonger le travail :

- La hauteur de l'ouvrage réalisé en pliant le papier correspond-elle à la valeur théorique ?
- Il est possible de se poser des questions concernant l'aire de la surface de la feuille de papier A0 lorsqu'elle est pliée en deux successivement/ Voici quelques questions :
  - En repartant du format A0, calculer l'aire de la surface de l'ouvrage au bout de 12 plis en deux de la feuille sur elle-même, au mm² près. Comparer avec un timbre-poste, de dimensions 2 cm par 2,6 cm.
  - Le diamètre des virus, assimilables à une boule, se situe entre 10 et 400 nanomètres. A quel moment un virus ne tiendrait plus sur la feuille de papier pliée successivement ?