

► Ein Experiment zum Induktionsgesetz

Karl-Heinz Keunecke



Die Unterrichtsidee:

In einem Experiment, in dem der Zusammenhang von Induktionsspannung und Magnetfeld untersucht werden soll, hat man im Allgemeinen sowohl die Induktionsspannung als auch den magnetischen Fluss zu messen [1]. Es ist aber auch möglich, den gesuchten Zusammenhang nur durch Messung der Induktionsspannung zu klären.

Lässt man einen Magneten durch eine Spule fallen, so ist seine Geschwindigkeit und damit auch die Änderungsrate des Magnetfeldes in der Spule proportional zur Fallzeit. Bei diesem Versuch kann man zeigen, dass auch die Maximalwerte der Spannungsschübe in der Spule proportional zur Fallzeit zunehmen. Hieraus kann dann gefolgert werden, dass zwischen der induzierten Spannung U_{ind} und der Änderungsrate des magnetischen Flusses Φ in der Spule eine Proportionalität besteht.

$$\frac{d\Phi}{dt} \sim t \wedge U_{ind} \sim t \Rightarrow U_{ind} \sim \frac{d\Phi}{dt}$$

Damit ist das Wesentliche des Induktionsgesetzes gezeigt.

Durchführung und Auswertung der Versuche:

Auf ein Kunststoffrohr werden vier Spulen gesteckt. Ihr Abstand wird durch kurze Rohrstücke mit etwas größerem Durchmesser fixiert (s. Abb.1). Die Spulen mit jeweils 3000 Windungen werden in Reihe geschaltet. Während der Magnet durch das Rohr fällt, wird die Summe der Induktionsspannungen mit einem TI-LabCradle™ gemessen. Verwendet man einen sog. Supermagneten von ca. 1T, treten Induktionsspannungen von mehreren Volt auf, die ohne Vorverstärker gemessen werden können. Die auftretenden Spannungsimpulse sind allerdings sehr kurz, so dass je nach der Fallhöhe eine Abtastrate von 0,4 ms bis 1 ms gewählt werden sollte. Da die Messzeit für den Fall durch vier Spulen 0,3 s bis 0,5 s beträgt, erhält man ca. 1000 Messwerte. Damit gerät man bereits an die Grenzen von LabCradle™ und TI-Nspire™ CX. Um die Messungen mit Beginn des Falls zu starten, ist es erforderlich, die Messung durch die auftretende Induktionsspannung starten zu lassen (Triggern mit Vorspeicherung) [2].

Bevor die Schülerinnen und Schüler sich mit den Ergebnissen dieses Versuches auseinandersetzen, wird ihnen zunächst ein Spannungsimpuls gezeigt, der entsteht, wenn der Magnet durch nur eine Spule fällt. Das Ergebnis ist in Abb.2 dargestellt.

Zur Interpretation des Verlaufs dieser induzierten Spannung werden Vorkenntnisse aus anderen Einführungsexperimenten zur Induktion benötigt:

- a) Eine Induktionsspannung entsteht nur dann, wenn der Magnet bewegt wird und sich dadurch das Magnetfeld in der Spule ändert.
- b) Die Induktionsspannung wird umso größer, je schneller sich das Magnetfeld ändert.

- c) Die Induktionsspannung hat beim Annähern an die Spule ein anderes Vorzeichen als beim Entfernen.

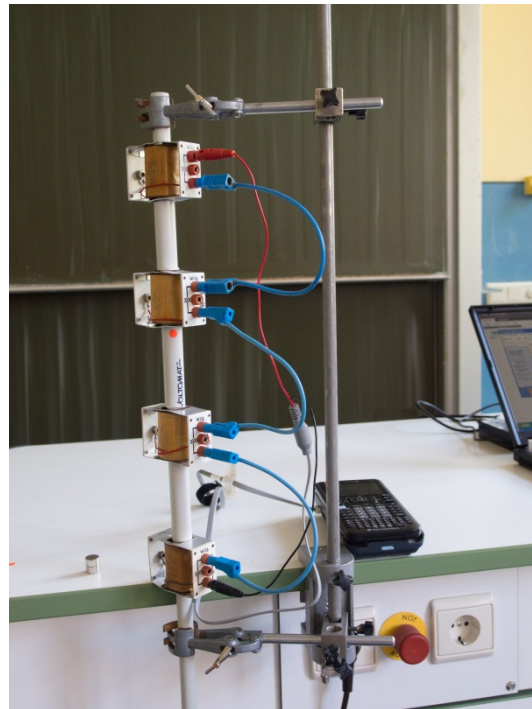


Abb. 1: Fall eines Magneten durch 4 Spulen

Mit diesen Kenntnissen kann der Verlauf der Induktionsspannung und insbesondere der Wechsel der Polarität erklärt werden.

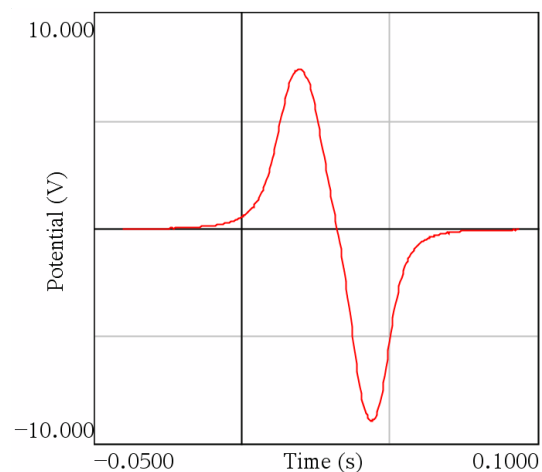


Abb.2: Induktionsspannung in einer der Spulen

Nun wird das Experiment zu der Versuchsanordnung von Abb.1 durchgeführt, um den Zusammenhang zwischen der Fallzeit und der Induktionsspannung zu untersuchen.

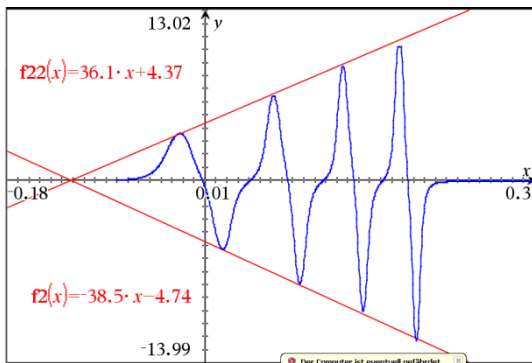


Abb.3: gemessene Summenspannung

Abb.3 zeigt die Spannung über den vier Spulen. In jeder der Spulen wird nacheinander eine Spannung wie in Abb.2 induziert. Aufgrund der zunehmenden Geschwindigkeit der Magneten werden die Spannungsimpulse mit zunehmender Fallhöhe kürzer. Gleichzeitig werden auch die Höchstwerte der Spannung größer, weil die Änderungsrate der Flussdichte zunimmt (II.). Diese Höchstwerte liegen offensichtlich auf Geraden. Das kann man durch Einfügen von Geraden zeigen, die manuell so verschoben werden können, dass sie - wie in Abb.3 gezeigt - durch die Extrempunkte verlaufen. Der Schnittpunkt der Geraden markiert auf der Zeitachse den Beginn des Falles.

Für die hier beschriebene Auswertung ist allerdings nur erforderlich festzustellen, dass die Induktionsspannung proportional zur Fallzeit ist. Dieser Zusammenhang ist durch das Experiment nur für die Maximalwerte nachgewiesen, kann aber verallgemeinert werden zu:

$$(1) \quad U_{ind}(t) \sim t$$

Obwohl das Magnetfeld und seine Änderung bei diesem Versuch nicht experimentell bestimmt werden, sind Aussagen über die Änderung des Feldes, genauer gesagt über die momentane Änderungsrate des magnetischen Flusses Φ , möglich.

Die Geschwindigkeit des Magneten während des Falles bestimmt die Änderungsrate des magnetischen Flusses. Damit gilt also:

$$(2) \quad \frac{d\Phi(t)}{dt} \sim v(t).$$

Die Geschwindigkeit frei fallender Körper (ohne Luftreibung) beträgt $v(t) = a \cdot t$, wobei a die Fallbeschleunigung ist. Ersetzt man $v(t)$ in (2), so erhält man ebenso wie für die Induktionsspannung:

$$(3) \quad \frac{d\Phi(t)}{dt} \sim t.$$

Aus den Proportionalitäten (1) und (3) kann geschlossen werden, dass nun auch die Induktionsspannung in der Spule proportional zur momentanen Änderungsrate des magnetischen Flusses dort ist. Somit gilt:

$$(4) \quad U_{ind}(t) \sim \frac{d\Phi(t)}{dt}.$$

Damit ist das Wesentliche des Induktionsgesetzes, das sich schreiben lässt als

$$U_{ind}(t) = -n \frac{d\Phi(t)}{dt}, n: \text{Windungszahl},$$

gefunden worden.

Die Beziehung (4) kann man nutzen, um den Verlauf von Φ bis auf eine Konstante zu berechnen. Durch Integration erhält man:

$$(5) \quad \int_{t_0}^t U_{ind}(\tau) d\tau \sim \Phi(t).$$

Darin ist t_0 der Beginn der Fallzeit.

Das Integral (5) kann numerisch gelöst und so der zeitliche Verlauf der Flussdichte in den Spulen berechnet werden. Die numerische Integration in der Tabellenkalkulation des TI-Nspire CX ist in Abb.4 durchgeführt worden. In den Spalten A und B sind die Messdaten eingelesen worden und in Spalte C erfolgt die Summation (s. Eingabezeile). Die Integration kann über die gesamte Messzeit ausgeführt werden, da die Summation nur beim Auftreten der Induktionsspannungen wesentliche Beiträge zum Integral liefert. Diese Berechnung ist in [3] ausführlich beschrieben worden. Das Ergebnis int_pot ist in Abb.5 zusammen mit den gemessenen Induktionsspannungen graphisch dargestellt worden.

A	run9.time	B	run9.potential	C	int_pot	D
1	-0.08	0.091781	0.000037			
2	-0.0796	0.086168	0.000071			
3	-0.0792	0.086168	0.000106			
4	-0.0788	0.086168	0.00014			
5	-0.0784	0.091781	0.000177			
6	-0.078	0.091781	0.000214			
7	-0.0776	0.097395	0.000252			
8	-0.0772	0.097395	0.000291			
9	-0.0768	0.103009	0.00033			

C2 = c1+b2*4.E-4

Abb.4: Integration der Induktionsspannung

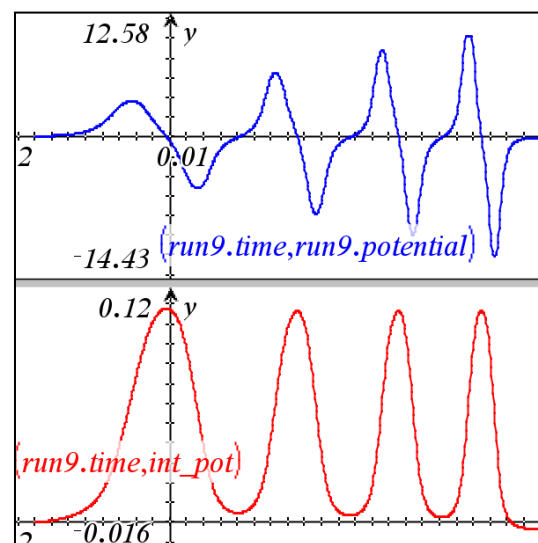


Abb. 5: Induktionsspannung und magnetischer Fluss

Aus der Induktionsspannung hat man durch die Integration die untere graphische Darstellung erhalten. Diese hat nach (5) den gleichen Verlauf wie der magnetische Fluss durch die Spulen. Dieser steigt zunächst bis zu einem Höchstwert an, der erreicht wird, wenn sich der Magnet mitten in der Spule befindet. Danach nimmt das Feld wieder ab. In allen Spulen ist der Maximalwert gleich groß. Je größer die Fallhöhe und damit die Fallgeschwindigkeit ist, desto schmaler wird die zu jeder Spule gehörige ‚Glockenkurve‘.

Zusammenfassung:

Die beschriebene Versuchsanordnung ist bereits 1990 als ‚Fallröhre‘ mit eigener Auswerte-Software von Lehrmittelfirmen [4] angeboten worden. Allerdings sind keine einzelnen Spulen wie in Abb.1 verwendet worden, sondern es wurden sechs Spulen im festen Abstand direkt auf das Kunststoffrohr gewickelt. Die Messergebnisse (Abb.3) wurden allerdings nur dazu genutzt, die Fallzeiten des Magneten zu bestimmen, um daraus die Fallbeschleunigung zu berechnen. Auf dem Bildungsserver Baden-Württembergs [5] sind Versuche mit der Anordnung von Abb.1 beschrieben. Dabei wird nur der Verlauf der Induktionsspannung untersucht und diskutiert. Die Berechnung der magnetischen Flussdichte aus der gemessenen Induktionsspannung wie sie in dieser Ausarbeitung durchgeführt wird, ist nur mit einer Technologie möglich, die neben einer Messwerterfassung auch eine Tabellenkalkulation und ein CAS umfasst.

Das beschriebene Experiment ist weniger als Ersatz bisheriger Versuche zum Induktionsgesetz gedacht,

sondern eher als Ergänzung oder zur Binnendifferenzierung verwendbar. Man kann es auch für Klausuren nutzen. Dann könnte der Datensatz auf die Schülerrechner überspielt und z. B. die Aufgabe gestellt werden, den magnetischen Fluss mithilfe des Induktionsgesetzes zu berechnen und zu interpretieren.

- [1] Keunecke, Versuche zum Induktionsgesetz, 2005, TI-Nachrichten Sonderausgabe Physik
- [2] Cerajewski und Keunecke, 2012, Mechanische Schwingungen, Anleitungen zur Datenerfassung und Auswertung, A7: Triggern
- [3] Cerajewski und Keunecke, 2012, Mechanische Schwingungen, Anleitungen zur Datenerfassung und Auswertung, A16: Numerisch integrieren und differenzieren
- [4] Fallröhre 7860, Fa. Neva;
http://vorsam.uni-ulm.de/Versuche/M/PDF/M_129V00.pdf
- [5] [Bildungsserver Baden-Württemberg, Induktion und freier Fall, CASSY Lab

Autor:

Dr. Karl-Heinz Keunecke, Altenholz (D)

kh.Keunecke@keukiel.de