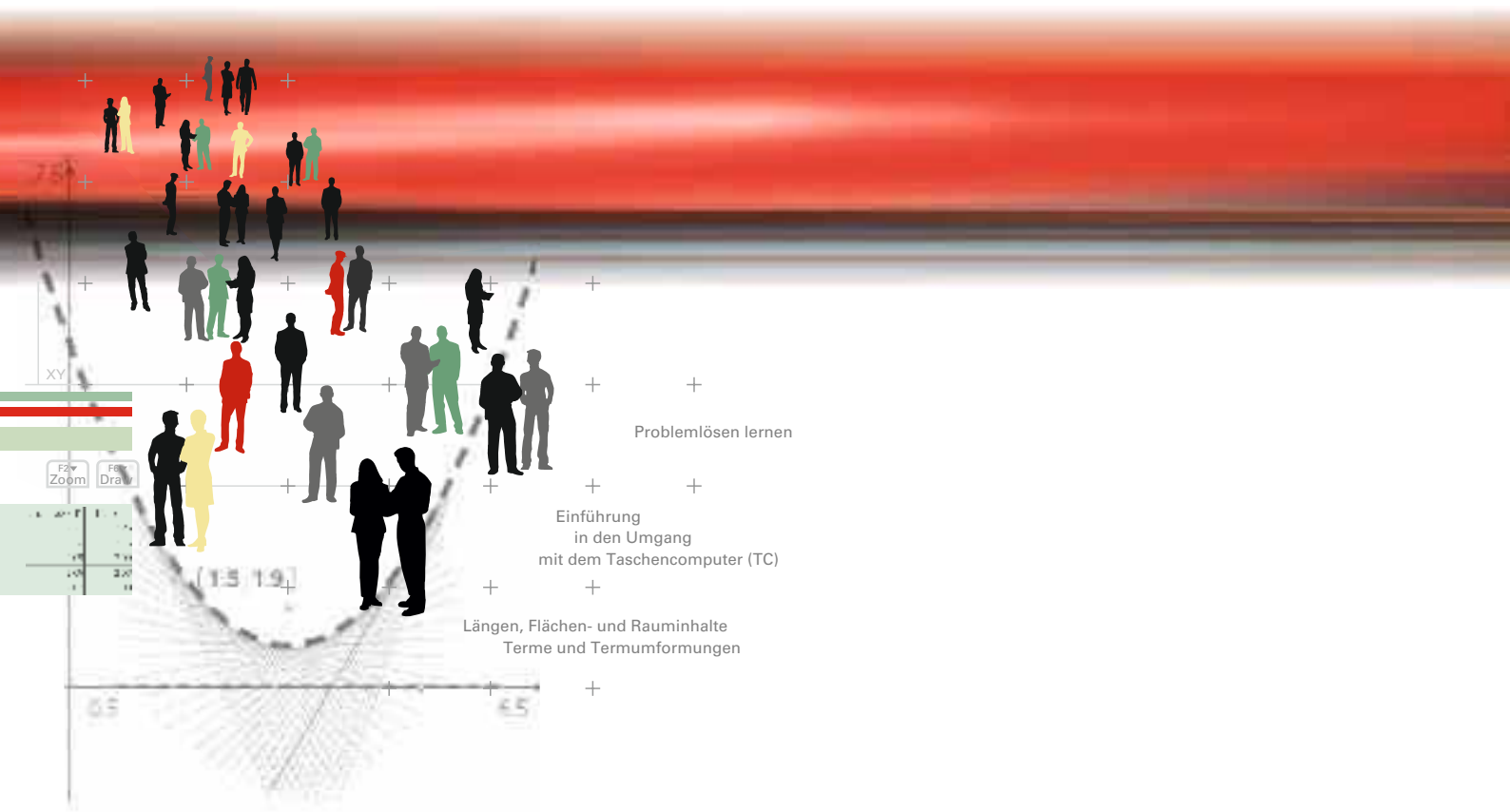


CAiMERO – Computer-Algebra im Mathematikunterricht: Entdecken, Rechnen, Organisieren

Band 1: Methodische und Didaktische Handreichung

Regina Bruder, Wilhelm Weiskirch (Hrsg.)



CAiMERO – Computer-Algebra im Mathematikunterricht: Entdecken, Rechnen, Organisieren

Band 1: Methodische und Didaktische Handreichung

Regina Bruder, Wilhelm Weiskirch (Hrsg.)

Die Materialien entstanden im Rahmen eines Schulversuches des Landes Niedersachsen mit dem Thema:
Computer-Algebra-Systeme im Mathematikunterricht der Jahrgänge 7-10 des Gymnasiums
hier: **Ein Schulversuch zur Entwicklung eines Unterrichtskonzepts sowie von Materialien zum Einsatz im Unterricht mit wissenschaftlicher Begleitung**

Die wissenschaftliche Begleitung wurde durch Frau Prof. Dr. Regina Bruder von der TU Darmstadt übernommen, Herr StD Wilhelm Weiskirch vom Ratsgymnasium Stadthagen koordinierte die Durchführung.

Unterstützt wurde der Schulversuch von der Firma Texas Instruments, die dem Verein n-21 angehört, durch die Bereitstellung der wissenschaftlichen Begleitung, die Übernahme der Veröffentlichungskosten und die Finanzierung von Arbeitstagungen.

Verlag:

Westfälische Wilhelms-Universität Münster, Zentrum für Lehrerbildung

© 2007 T³ Deutschland

Dieser Titel ist urheberrechtlich geschützt. Jede Nutzung in anderen als den gesetzlich zugelassenen Fällen bedarf der schriftlichen Einwilligung von T³ Deutschland.

Alle verwendeten Marken sind Eigentum ihrer Inhaber.

Vorwort

Liebe Kolleginnen, liebe Kollegen:

Mit Beginn der 7. Jahrgangsstufe steht für den Mathematikunterricht in vielen Schulen ein Taschencomputer (TC) zur Verfügung, der viele Arbeiten abnehmen kann. Dieses Buch ist in einem Schulversuch des Landes Niedersachsen extra zu dem Zweck entwickelt worden, um mit dem TC ein durchgängiges Konzept für einen effektiven Unterricht zu haben. Neben neu entwickelten Aufgaben wurden auch Aufgaben aus Lehrbüchern ausgewählt, die speziell für einen Unterricht mit dem Einsatz eines TC geeignet sind. Im Schulversuch konnte gezeigt werden, dass ein Unterricht mit diesem Aufgabenmaterial und dem Einsatz eines Taschencomputers einen Mehrwert an mathematischer Kompetenz erbringen bzw. diese wesentlich unterstützen kann. Es konnte auch gezeigt werden, dass durch den Einsatz des Taschencomputers die Kommunikation der Schüler/innen unterstützt und eine Vorgehensreflexion gefördert wurde. Von großer Bedeutung für eine erfolgreiche Arbeit mit einem Taschencomputer ist ein ganzheitliches Unterrichtskonzept, in dem darauf geachtet wird, dass neben offenen, kreativitätsfördernden Aufgaben mit Rechnerunterstützung immer wieder auch mathematisches Grundkönnen ohne Rechner gefördert und eingefordert wird.

Die Aufgabensammlungen für die einzelnen Unterrichtseinheiten sind so zusammengestellt, dass sie die in den Bildungsstandards geforderten Kompetenzen unterstützen und fördern. Zu dem Themenheft für Schülerinnen und Schüler gibt es entsprechend entwickelte Handreichungen für Sie.

Dieses erste Themenheft hat fünf Kapitel.

- 1. Problemlösen lernen**
- 2. Einführung in den Umgang mit dem Taschencomputer (TC)**
- 3. Längen, Flächen- und Rauminhalte, Terme und Termumformungen**
- 4. TC-Hilfen**
- 5. Kopfübungen - Basiswissen**

Im ersten Kapitel steht das Erarbeiten und Entdecken von Problemlösestrategien im Vordergrund. Es soll das Bewusstsein stärken: *Was hat mir geholfen, eine schwierige Aufgabe oder ein Problem zu lösen?* Mit den Beispielen können eigene „Werkzeugkästen“ mit Strategien und Hilfsmitteln gefüllt werden, die die Schülerinnen und Schüler befähigen, auch künftige Probleme mathematisch zu meistern. Es bietet sich an, auf die erlernten Problemlösestrategien auch in den folgenden Unterrichtseinheiten immer wieder zurückzugreifen und sie gegebenenfalls mit den Aufgaben wieder zu trainieren. Daher haben wir zu den Problemlöseaufgaben auch verschiedene Lösungsmöglichkeiten hinzugefügt.

Ziel des zweiten Kapitels ist der Erwerb von grundlegenden Kenntnissen im Umgang mit dem Taschencomputer. Damit nicht gleichzeitig auch noch ganz neuer mathematischer Stoff gelernt werden muss, orientiert sich dieser Einführungslehrgang an dem bekannten Thema der „Zuordnung“. Die Schülerinnen und Schüler sind händisch mit dem Zuordnungsbegriff und den verschiedenen Darstellungsformen – insbesondere Tabelle und Graph – vertraut und erleben jetzt einen neuen Blick auf

bekannte Inhalte. Die Aufgaben im Verbund mit einer Art Handbuch – „TC-Hilfe“ genannt – bieten auch die Möglichkeit zu einem selbstständigen Entdecken der Rechner-Befehle und wie sie die Arbeit erleichtern können.

Im dritten Kapitel kommen neue mathematische Inhalte hinzu. Die Aufgaben führen durch diese neuen Inhalte und gleichzeitig werden dabei immer wieder auch neue Möglichkeiten des Taschencomputers erlernt. Obwohl die Einheit „Längen, Flächen- und Rauminhalt / Terme und Termumformungen“ mit Verwendung des Taschencomputers als Werkzeug unterrichtet wird, sollen bestimmte Fertigkeiten auch rechnerfrei beherrscht werden. Auch diese Fertigkeiten müssen dann in der Klassenarbeit oder in Kurztests abgeprüft werden. Eine Auflistung solcher Fertigkeiten mit jeweils einem Beispiel befindet sich am Anfang des Kapitels. Dort befindet sich auch eine Grafik (Mind Map), die zusammenfasst, welche Inhalte in diesem Kapitel vermittelt werden sollen und wie sie vernetzt sind. Ebenso wird in einer Auflistung der auf die Einheit fokussierten inhalts- und prozessbezogenen Kompetenzen deutlich, welche Ziele im Unterricht durch die Aufgaben mit den entsprechenden Methoden verfolgt werden. Den einzelnen Begriffen lassen sich auch Aufgaben aus dem Kapitel oder auch weitere aus dem Unterricht zuordnen.

Die „TC-Hilfen“ in den Arbeitsmaterialien sind eine Sammlung der in diesem Themenheft neuen Rechnerfertigkeiten. Die Arbeitsblätter der „TC-Hilfe“ sollen ein Nachschlagewerk entstehen lassen, auf das bei Bedarf zurückgegriffen werden kann. Dieses Konzept wird während der folgenden Unterrichtseinheiten beibehalten. Die Arbeitsblätter sind anfangs weitgehend vorgefertigt, später wird ihr Inhalt auf die wichtigsten Informationen reduziert, um den Umfang des Nachschlagewerks überschaubar zu halten. Am Ende eines jeden neuen Kapitels werden noch einmal die neuen Rechnerfertigkeiten mit Beispielen zusammengefasst.

Den Abschluss bilden einige sogenannte Kopfaufgaben und Aufgaben zum Basiswissen. In diesem Teil finden Sie Aufgaben, die alle wichtigen Basiskompetenzen der vergangenen Jahre aus den Bereichen Zahl, Messen, Raum und Form, Funktionale Zusammenhänge sowie Daten und Zufall wiederholen. Hier finden Sie einfache Aufgaben, für den Fall, dass die Schülerinnen und Schülern wenig Erinnerung haben, aber auch komplexere Aufgaben um zu testen, wie viel noch gekonnt wird. Die Aufgaben aus diesem Teil helfen durch regelmäßige eigenständige Arbeit die Wissenslücken wieder zu schließen, die Schülerinnen und Schüler erinnern sich an mathematische Kenntnisse und mobilisieren ihre Fertigkeiten sowie Fähigkeiten. Langfristig kann sich so eine hohe mathematische Kompetenz entwickeln und ein gutes Basiswissen entwickeln. Diese Aufgaben zum Basiswissen sollen so gestaltet werden, dass sie auch gleichzeitig eine Vorbereitung auf das nächste Kapitel sind.

Die Autoren dieses Themenheftes wünschen Ihnen mit dem Taschencomputer und den Arbeitsmaterialien im Verbund mit den Handreichungen viel Erfolg!

Bergkirchen im Juli 2007

I N H A L T S V E R Z E I C H N I S

Problemlösen lernen

| | | |
|----|-----------------------------------|------------|
| 1. | Probleme mathematisch lösen | Seite 6 |
|----|-----------------------------------|------------|

Einführung in den Umgang mit dem Taschencomputer (TC)

| | | |
|----|----------------------------------------------|------------|
| | Mind Map | Seite 9 |
| 1. | Rechnen mit dem Taschencomputer (TC) | 10 |
| 2. | Darstellung von Zuordnungen mit dem TC | 10 |
| 3. | Klassenarbeitsaufgaben | 12 |

Längen, Flächen- und Rauminhalte – Terme und Termumformungen

| | | |
|-----|------------------------------------------------------------------------|-------------|
| | Mind Map | Seite 15 |
| | Kompetenzen | 16 |
| | Hinweise zu rechner-spezifischen und rechner-freien Fertigkeiten | 17 |
| 1.1 | Geometrische Aspekte | 19 |
| | Gruppenpuzzle | 22 |
| 1.2 | Flächeninhaltsformeln | 25 |
| 1.3 | Schrägbilder, Oberflächen- und Rauminhalte | 28 |
| | Folien | 32 |
| 2. | Terme und Termumformungen | 35 |
| 2.1 | Term und Fläche | 35 |
| 2.2 | Terme und Rechengesetze | 36 |
| 2.3 | Expand/Factor | 37 |
| 2.4 | Zahlenrätsel | 39 |
| | Ich – Du – Wir – Methode | 40 |
| 2.5 | Mach den Otto zur Null | 41 |
| 2.6 | Flächen- und Volumenformeln | 42 |
| 3. | Wissenspeicher | 44 |
| 4. | Überprüfung händischer Fertigkeiten | 47 |
| 5. | Klassenarbeitsaufgaben | 49 |

Training

| | | |
|--|-------------------|----|
| | Kopfübungen | 53 |
| | Basiswissen | 56 |

C A I i M E R O

Computer-Algebra im Mathematikunterricht
Entdecken, Rechnen, Organisieren



Problemlösen lernen

L e h r e r m a t e r i a l i e n

Verlauf der Einheit

| | |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|
| Thema: Problemlösestrategien | |
| Die folgenden Arbeitsmaterialien dienen als fakultativer, technologiefreier Einstieg in den Jahrgang 7. Hierbei steht das Erarbeiten und Entdecken von Problemlösestrategien im Vordergrund. Die Schülerinnen und Schüler sollen sich darüber bewusst werden, was ihnen geholfen hat, eine schwierige Aufgabe oder ein Problem gelöst zu haben. Ein Repertoire an heuristischen Prinzipien, Strategien und Hilfsmittel soll sie befähigen, auch künftige Probleme zu meistern. Die Arbeitsblätter sind von den Schülerinnen und Schülern weitgehend selbstständig zu bearbeiten und daher auch für den Einsatz in Vertretungsstunden geeignet. Dennoch sollte eine rückwirkende Besprechung durch die Fachlehrkraft auf jeden Fall erfolgen. | |
| Unterrichtsorganisation: freigestellt | Dauer der Unterrichtseinheit: ca. 6 Stunden |
| Besondere Materialien/Technologie: Schülerarbeitsblätter, Folien | Notwendige Vorkenntnisse: keine |

Hinweise:

Im Schülermaterial sind die Lösungen enthalten. Dadurch hat die Lehrkraft jederzeit die Möglichkeit, die Aufgaben des Problemlösenlernens zum Beispiel in Langzeit-Hausaufgaben von den Schülerinnen und Schülern in Selbstkontrolle wiederholen zu lassen. Entscheidend für ein auswertendes Unterrichtsgespräch sind die Rückblicke auf den Seiten 12 und 17 im "Band 1: Arbeitsmaterialien für Schülerinnen und Schüler".

Weitere Informationen zum Problemlösenlernen sind der Literatur zu entnehmen.¹

Die Schülerinnen und Schüler legen in den folgenden Unterrichtseinheiten einen sogenannten Wissensspeicher² (DIN-A4-Hefter) an. In dem Wissensspeicher werden zukünftige Merksätze gesammelt, aber auch Skizzen und Hinweise auf typische Anwendungen. Daher könnte das erste Blatt z.B. diesen Inhalt haben:

Wie kann ich vorgehen, wenn ich eine schwierige Aufgabe mathematisch lösen möchte?

Mein Problemlösemodell sieht so aus:

Ich mache mir immer erst eine Skizze.

Die soll aber nur das Wichtigste enthalten.

typisches Beispiel

Manchmal hilft es,

mit einem Beispiel zu probieren.

typisches Beispiel

Wenn man alle Beispiele finden will,

macht man das systematisch in einer Tabelle.

typisches Beispiel

Es bietet sich an, auf die erlernten Problemlösestrategien auch in folgenden Unterrichtseinheiten immer wieder zu verweisen („Was hat uns damals geholfen ...?“).

¹ Bruder, R.: Lernen, geeignete Fragen zu stellen, Heuristik im Mathematikunterricht. In: mathematik lehren, Heft 115, 2002

Abels, L.: Ich hab's – Tipps, Tricks und Übungen zum Problemlösen. In: Mathe-Welt, mathematik lehren, Heft 115, 2002

² Bruder, R.: Mathematik lernen und behalten. In: PÄDAGOGIK, Heft 10, 2001



C A I i M E R O

Computer-Algebra im Mathematikunterricht
Entdecken, Rechnen, Organisieren



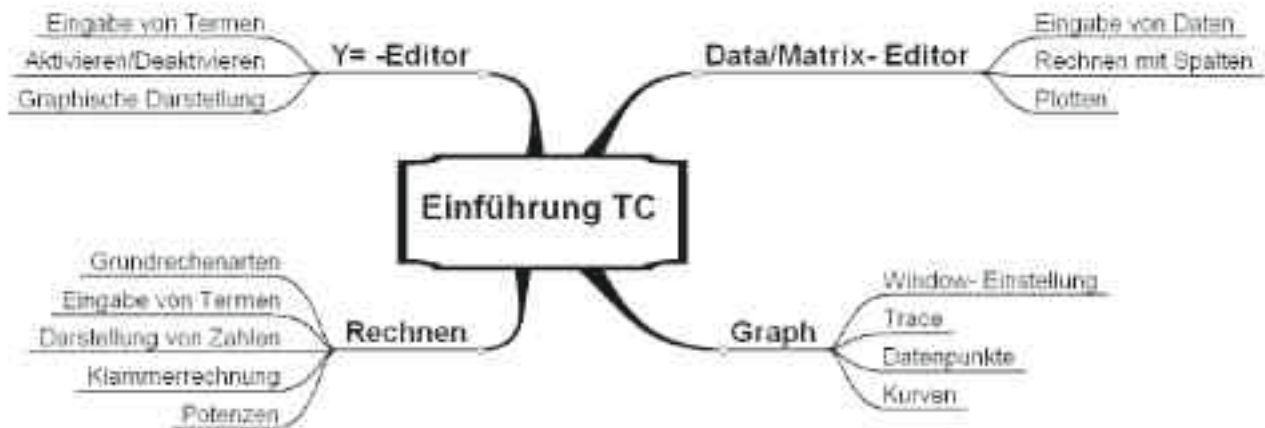
Einführung in den Umgang mit dem Taschencomputer (TC)

L e h r e r m a t e r i a l i e n

Überblick über den Unterrichtsverlauf

| Stunde | | Seite |
|--------|-------------------------------------------------|-------|
| 1 – 3 | 1. Rechnen mit dem TC..... | 10 |
| 4 – 10 | 2. Darstellung von Zuordnungen mit dem TC | 10 |

Mind Map mit den Inhalten



Ziel des folgenden Kapitels ist der Erwerb von grundlegenden Kenntnissen im Umgang mit dem Taschencomputer (im Weiteren TC genannt). Damit dieses losgelöst von neuen mathematischen Inhalten geschehen kann, orientiert sich dieser Einführungslehrgang an dem bekannten Thema der Zuordnung. Die Schülerinnen und Schüler sind „händisch“ mit dem Zuordnungsbegriff und den verschiedenen Darstellungsformen – insbesondere Tabelle und Graph – vertraut und erleben einen neuen Blick auf bekannte Inhalte.

Dabei wird weniger auf eine Instruktion durch die Lehrkraft gesetzt, sondern eher auf ein selbständiges „Entdecken“ der Rechner-Befehle durch die Schülerinnen und Schüler. Dieses geschieht durch Aufgaben, die im Verbund mit einer Art Handbuch (TC-Hilfe genannt, siehe Schülermaterial) die Schülerinnen und Schüler durch dieses Kapitel leiten. Damit ist ein Anlass für Gruppenarbeit gegeben, bei der sich die Schülerinnen und Schüler gegenseitig helfen und sich den Umgang mit den Geräten beibringen. Die im Lieferumfang des Taschencomputers enthaltenen Poster sowie ein Tageslichtprojektor-Display (OHP-Display) sind Hilfsmittel, die die Unterrichtsgespräche visuell unterstützen.

Die Arbeitsblätter der TC-Hilfe sollen abgeheftet werden und auf diese Weise ein Nachschlagewerk entstehen lassen, auf das bei Bedarf zurückgegriffen werden kann. Dieses Konzept wird während der folgenden Unterrichtseinheiten beibehalten. Die Arbeitsblätter sind anfangs weitgehend vorgefertigt, später wird ihr Inhalt auf die wichtigsten Informationen reduziert, um den Umfang des Nachschlagewerks überschaubar zu halten. Der Vorfertigungsgrad der Arbeitsblätter wird dabei immer geringer, so dass die Schülerinnen und Schüler die Dokumentation des Gelernten in zunehmendem Maße eigenverantwortlich übernehmen. Damit die Arbeitsblätter zur TC-Hilfe richtig ausgedruckt werden können, werden spezielle Zeichensätze benötigt. Diese finden sich im elektronischen Material im Ordner „Zeichensätze“. Die dortigen Zeichensätze sind auf den jeweiligen Computern zu installieren.



Verlauf der Einheit

| | |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|
| Thema: 1. Rechnen mit dem TC | |
| Die Aufgaben unterstützen die Erstbegegnung mit dem TC vom Ein- und Ausschalten bis zu ersten Rechenoperationen. Dabei wird u.a. auf die Zahldarstellung (Dezimalpunkt) und den „Pretty Print“-Modus (Schreibweise auf dem Display wie im Heft) hingewiesen. | |
| Unterrichtsorganisation: Unterrichtsgespräch, Selbstlernen in Gruppenarbeit | Dauer der Unterrichtseinheit: ca. 3 Stunden |
| Besondere Materialien/Technologie: CAS-Rechner, OHP-Display, Poster des TC, Sammelhefter für das Handuch | Notwendige Vorkenntnisse: Grundrechenarten, Bruchzahlen, Potenzen, Terme |

Hinweise:

Da die Unsicherheit im Umgang mit dem TC in der Anfangsphase noch recht groß sein wird, empfiehlt sich ein gelenktes Unterrichtsgespräch. Wichtig ist hierbei die Vergleichbarkeit der Darstellungen, hierzu ist ein OHP-Display unerlässlich. Es könnte auch notwendig sein, im **MODE**-Menü Einstellungen vorzunehmen. In dieser Handreichung wird von der englischen Spracheinstellung ausgegangen.

Das entsprechende Arbeitsblatt der TC-Hilfe ist als Sicherung auszuteilen.

| | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Thema: 2. Darstellung von Zuordnungen mit dem TC | |
| In diesem Abschnitt geht es um die Darstellung von Zuordnungen durch Tabelle, Graph und Zuordnungsvorschrift mit Hilfe des TC. Dabei wird auf bekannte Inhalte zurückgegriffen. Der Schwerpunkt liegt daher beim Rechner-Handling: Dateneingabe in den Data/Matrix-Editor, Plotten von Daten und Nutzung des [Y=]-Editors. | |
| Unterrichtsorganisation: Unterrichtsgespräch, Selbstlernen in Gruppenarbeit | Dauer der Unterrichtseinheit: ca. 7 Stunden |
| Besondere Materialien/Technologie: CAS-Rechner, OHP-Display, Sammelhefter für das Handuch | Notwendige Vorkenntnisse: Kenntnisse aus der Klasse 6: Zuordnungen, Tabelle, Graph, Vorschrift |



Aufgabe 1

Am Beispiel der Wetterstation „Emden-Hafen“ besteht die erste Aufgabe darin, im Data/Matrix-Editor eine Tabelle anzulegen, die den Monaten Januar bis Dezember Durchschnittstemperaturen zuordnet.

Der nächste Arbeitsschritt besteht im Übersetzen der tabellarischen Zuordnung in eine andere Darstellungsform, einen Graphen, bei dem die Durchschnittstemperaturen über die zwölf Monate des Jahres aufgetragen sind. In diesem Zusammenhang lernen die Schülerinnen und Schüler das Speichern von Tabellen, das Definieren von Plots und auch das richtige Einstellen des im Display gezeigten Ausschnitts mit der Window-Funktion.

Hierbei sollte der ZOOM-Data-Befehl noch zurückgehalten werden. Einerseits ist es wichtig, dass die Achsen sichtbar bleiben, andererseits sollen die Schülerinnen und Schüler sich gezielt über die passende Skalierung Gedanken machen.

Schließlich muss die Tabelle im Data/Matrix-Editor mit einer dritten Spalte um den durchschnittlichen Niederschlag erweitert werden. Der Niederschlag wird in dem zuvor erstellten Diagramm zusammen mit den Durchschnittstemperaturen über die zwölf Monate des Jahres aufgetragen.

Diese Aufgabe eignet sich auch für die selbständige Arbeit in Gruppen von 2 bis 3 Schülerinnen oder Schülern. Eine Anleitung steht mit den dazu passenden TC-Hilfen bereit.

Aufgabe 2

Diese Aufgabe dient der Übung und Vertiefung. Sie ist auch als Hausaufgabe denkbar. Aus dem Unterrichtsverlauf ist zu entscheiden, ob die Übungsphase zunächst noch im gelenkten Unterrichtsgespräch oder in Gruppenarbeit stattfinden soll.

Bei der Entscheidung über das weitere Vorgehen gilt es zu bedenken, ob die „alten“ Zuordnungen überschrieben oder hier bereits die Aus- und Abwahl mehrerer Plots vermittelt werden soll.

Aufgabe 3

In dieser Aufgabe kommt neben den Darstellungsformen Tabelle und Daten-Plot auch die Zuordnungsvorschrift vor und damit als neues Element der [Y=]-Editor. Nebenbei ergibt sich für die Schülerinnen und Schüler eine Gelegenheit, ihre gefundene Zuordnungsvorschrift durch den Vergleich von Graph und Daten-Plot zu überprüfen. Der [F3]-Trace-Befehl erweitert die Möglichkeiten, einen Graphen auszuwerten.

Aufgabe 4

Hier soll der Einfluss der Skalierung auf das Aussehen und die Aussagekraft der Graphen problematisiert werden. Dies spielt bereits bei der zeichnerischen Darstellung eine Rolle und in einem besonderen Maße bei der [WINDOW]-Einstellung des Rechners, womit viele Schülerinnen und Schüler lange Zeit Probleme haben.

In das freie Feld neben dem Bild sollen die Ergebnisse gesichert werden.

Aufgabe 5 bis 8

Die Aufgabenstellungen wiederholen und vertiefen die bisherigen Kenntnisse unter dem Aspekt der proportionalen bzw. antiproportionalen Zuordnung. Hier bietet der TC die Möglichkeit, im Data/Matrix-Editor zu rechnen und somit die Datenpaare auf Quotientengleichheit bzw. Produktgleichheit zu überprüfen.

Aufgabe 9

Die Aufgabenstellung wiederholt die Prozentrechnung und erfordert zur Lösung einen kreativen Einsatz des TC. Dazu tritt eine mathematische Interpretation der errechneten Daten.



3. Klassenarbeitsaufgaben

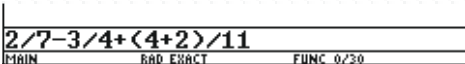
Aufgabe 1

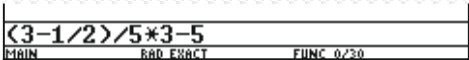
Berechne folgende Terme:

a) $\frac{13-4}{1+2}$ b) $\frac{1}{3} - \frac{2}{\frac{1}{3}+5}$

Aufgabe 2

Schreibe die Bildschirmangaben mit Bruchstrichen auf:

a) 

b) 

Aufgabe 3

Peter hat an eine Spirale verschiedene Gewichte gehängt und die Verlängerung gemessen, fünf Werte hat er dabei vergessen aufzuschreiben:

| | | | | | | | | |
|----------------------|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| Masse (in g) | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 |
| Verlängerung (in mm) | | 28 | 35 | | | 56 | | |

- a) Ergänze die fehlenden Werte so, dass sich eine proportionale Zuordnung ergibt!
 b) Gib die Zuordnungsvorschrift an!

Aufgabe 4

Wenn du im Schwimmbad tauchst, merkst du, dass der Druck auf die Ohren zunimmt, je tiefer du kommst. Bei einem Experiment wurde ein Druckmesser im Meer herabgelassen und jeweils die Tiefe und der zugehörige Druck gemessen.

| Tiefe (in m) | Druck (in bar) |
|-----------------|-------------------|
| 5 | 0,5 |
| 10 | 0,9 |
| 15 | 1,3 |
| 20 | 1,7 |
| 25 | 2,1 |
| 30 | 2,5 |



Abb.: Degenfisch

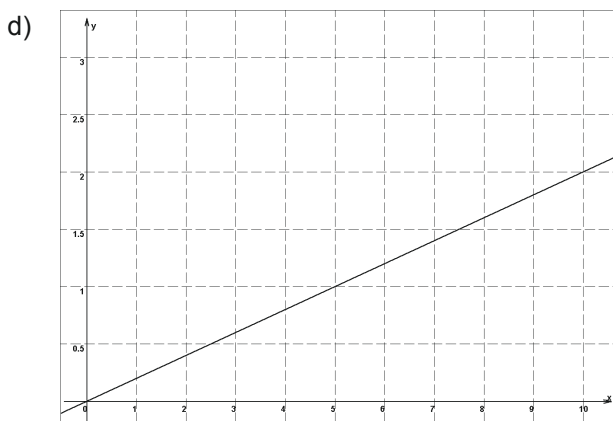
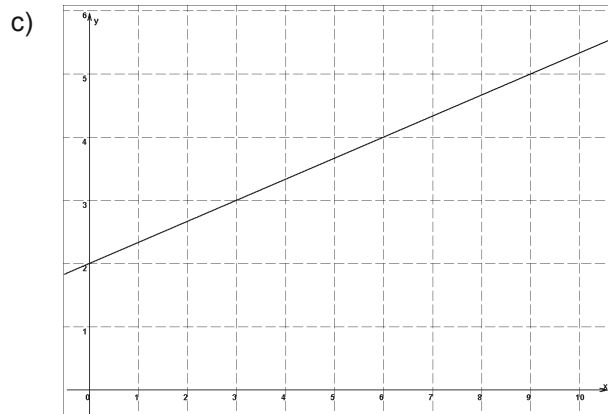
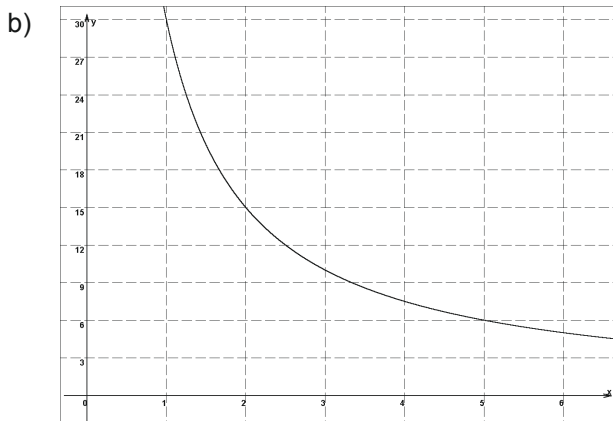
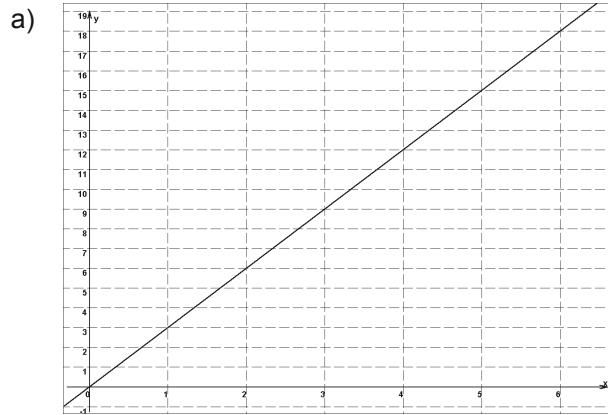
Wenn du glaubst, dass es in großer Meerestiefe wegen des großen Druckes kein Leben mehr gibt, dann hast du dich getäuscht.

- a) Übertrage die Messergebnisse in eine Datenmatrix in deinem Taschencomputer. Untersuche, ob der Druck proportional mit der Tiefe zunimmt. Beschreibe knapp dein Vorgehen und das Ergebnis deiner Untersuchung.
 b) Stelle den Graphen der Zuordnung Tiefe → Druck in deinem Taschencomputer dar. Notiere deine Einstellungen im "window" und beschreibe kurz den Graphen. Sollte man die Punkte mit einer "xy-Line" verbinden? Begründe kurz.
 c) Versuche, den Druck, der auf der Titanic lastet, die in 5447 m Tiefe liegt, zu berechnen. Begründe knapp.



Aufgabe 5

Gegeben sind vier Graphen. Gib an, ob eine Proportionalität, eine Antiproportionalität oder etwas anderes vorliegt. Begründe knapp. Ermittle, gegebenenfalls mithilfe des Taschencomputers, jeweils eine Zuordnungsvorschrift.



C A I M E R O

Computer-Algebra im Mathematikunterricht
Entdecken, Rechnen, Organisieren



**Längen, Flächen- und Rauminhalte
Terme und Termumformungen**

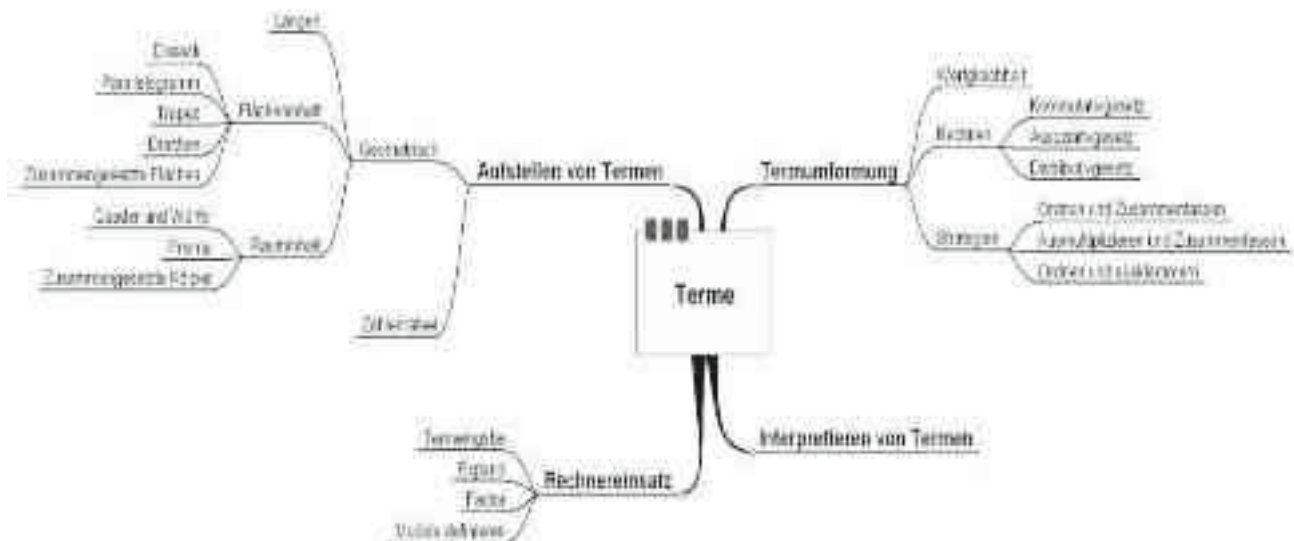
L e h r e r m a t e r i a l i e n



Überblick über den Unterrichtsverlauf

| Stunde | | Seite |
|---------|---------------------------------------------------------------------------|-------|
| 1 – 3 | 1.1 Inhaltsberechnung von Flächen - Zerlegen und/oder Zusammenfügen | 19 |
| 4 – 7 | 1.2 Flächeninhaltsformeln | 25 |
| 8 – 11 | 1.3 Rauminhalte und Oberflächen von Prismen..... | 28 |
| 12 – 16 | 2.1 Umgang mit Termen und Rechengesetzen..... | 35 |
| 17 – 18 | 2.2 Terme aus Zahlenrätseln..... | 39 |
| 19 | 2.3 Mach den Otto zur Null..... | 41 |
| 20 – 22 | 2.4 Flächen- und Volumenformeln | 42 |
| 23 – 25 | Vorbereitung, Durchführung und Rückgabe der Klassenarbeit..... | 49 |

Mind Map mit den Inhalten



Zentral für den Unterricht ist es, die „**roten Fäden**“ deutlich zu machen und das **Wesentliche herauszustellen**, die **Zusammenhänge** der einzelnen Wissensbausteine bewusst werden zu lassen sowie **Vernetzungen** zwischen verschiedenen Themen aufzuzeigen, um einem „Inselwissen“ entgegenzuwirken. Deshalb eignen sich diese Mind Maps (ggf. etwas reduziert) auch für den Unterricht, z.B. in der Vorbereitung auf die Klassenarbeit.



Prozessbezogene Kompetenzen

Anhand dieses Unterrichtsmaterials können bei entsprechender methodischer Umsetzung folgende prozessbezogenen Kompetenzen des Kerncurriculums von den Schülerinnen und Schülern schwerpunktmäßig erworben werden:

| | Mathematisch argumentieren | Probleme mathematisch lösen | Mathematisch modellieren | Mathematische Darstellungen verwenden | Mit symbolischen, formalen, ... | kommunizieren |
|-----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 7/8 | <ul style="list-style-type: none"> • Vermutungen präzisieren • Wissen für mehrschrittige Argumentationen nutzen • Argumentationsketten aufbauen und begründen • Heuristiken • Lösungswege vergleichen und bewerten | <ul style="list-style-type: none"> • Problemstellung erfassen • Heuristiken anwenden • Darstellungsformen anwenden • algebraische Verfahren anwenden • Lösungsvielfalt • Ergebnisse beurteilen • Ursachen für Fehler erklären | | <ul style="list-style-type: none"> • geometrische Sachverhalte darstellen • Schrägbilder zeichnen • Tabelle, Graph und Term | <ul style="list-style-type: none"> • Terme aufstellen • Terme umformen • Taschenrechner zur Kontrolle • CAS zur Erkundung, Ergebnisermittlung und Kontrolle | <ul style="list-style-type: none"> • Überlegungen anderen mitteilen • Lösungsansätze und Lösungswege präsentieren • Überlegungen anderer verstehen, auf Schlüssigkeit überprüfen und darauf eingehen • Teamarbeit selbstständig organisieren |

Inhaltsbezogene Kompetenzen

Mit diesem Unterrichtsmaterial werden folgende inhaltsbezogenen Kompetenzen vermittelt:

| | Zahlen und Operationen | Größen und Messen | Raum und Form | funktionaler Zusammenhang | Daten und Zufall |
|-----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|
| 7/8 | <ul style="list-style-type: none"> • Rechnen mit dem Taschenrechner • Sachsituationen durch Terme beschreiben • Terme veranschaulichen und interpretieren • Termstrukturen erkennen und vergleichen • Terme nutzen • Terme umformen | <ul style="list-style-type: none"> • Zusammengesetzte Größen berechnen und interpretieren • Umfang und Flächeninhalt von geradlinig begrenzter Figuren schätzen • Oberflächeninhalt und Volumen von Prismen • Formeln begründen | <ul style="list-style-type: none"> • Schrägbilder von Prismen • Höhen im Dreieck kennen | <ul style="list-style-type: none"> • lineare und quadratische Zuordnungen erkennen, beschreiben und erläutern | |



Hinweise zu rechner-spezifischen und rechner-freien Fertigkeiten

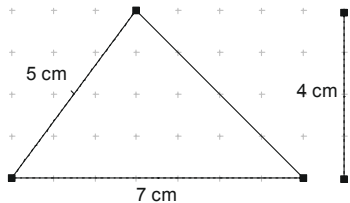
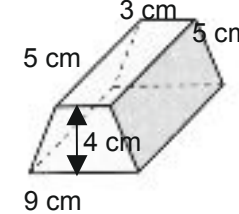
Rechnerfreie Fertigkeiten

Obwohl die Einheit „Längen, Flächen- und Rauminhalt / Terme und Termumformungen“ mit Verwendung des TC als Werkzeug unterrichtet wird, sollen bestimmte Fertigkeiten von den Schülerinnen und Schülern auch rechnerfrei erworben und beherrscht werden. Diese Fertigkeiten sollen in der Klassenarbeit oder in Kurztests nachgewiesen beziehungsweise abgeprüft werden (siehe 4 Überprüfung händischer Fertigkeiten). Folgende rechnerfreie Fertigkeiten erscheinen uns relevant:

Die Schülerinnen und Schüler sollen:

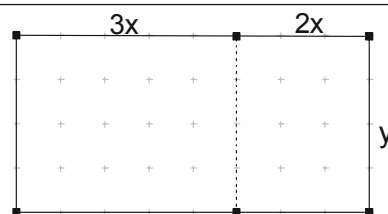
1. Zu Rechtecken, Dreiecken, Drachenvierecken, Trapezen und Parallelogrammen mit ganzzahligen Maßen gemäß der Flächeninhaltsformeln den Flächeninhalt berechnen.
2. Zu geraden Prismen mit Grundflächen, die aus Figuren unter 1. in einfacher Weise zusammengesetzt sind, mit ganzzahligen Maßen Oberflächen und Volumen berechnen.
3. Anhand von Kommutativ- und Assoziativgesetz die Möglichkeit zum Zusammenfassen in Termen erkennen. Dabei sollen die Terme nicht mehr als drei Summanden enthalten. Diese Summanden sollen wiederum aus nicht mehr als drei Faktoren bestehen (siehe Beispiele).
4. Das Distributivgesetz zum Ausmultiplizieren und Ausklammern benutzen. Dabei sollte sich die Komplexität an Beispiel 4 orientieren.
5. Mit Minuszeichen vor der Klammer beim Auflösen der Klammer richtig umgehen.
6. zu einfachen zusammengesetzten Flächen verschiedene Terme aufstellen und deren Gleichwertigkeit auch algebraisch nachweisen.

Beispiele:

| | | |
|----|-----------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. | Berechne den Flächeninhalt der abgebildeten Figur. |  |
| 2. | Berechne den Rauminhalt und den Oberflächeninhalt des abgebildeten Körpers. |  |
| 3. | Fasse die folgenden Terme so weit wie möglich zusammen. | |
| 4. | Multipliziere aus: Klammere aus: | |
| 5. | Löse die Klammern auf: | |



6. Gib zur Flächenberechnung zwei Terme an und weise ihre Gleichwertigkeit nach.



CAS-Fertigkeiten

Im Umgang mit dem TC sollen die Schüler am Ende der Einheit über folgende Fertigkeiten verfügen:

1. Terme in den TC eingeben und die Ausgabe des TC nachvollziehen können (automatische Termumformung des TC).
2. Terme in den TC eingeben und das Distributivgesetz mithilfe der Befehle *expand* und *factor* anwenden. Dies erfordert ein verständiges Umgehen mit diesen beiden Befehlen (Termstrukturkompetenz).
3. Flächen- und Volumenformeln als Module definieren und diese zur Berechnung nutzen. Damit wird schrittweise die Fertigkeit weiterentwickelt, Funktionen mithilfe eines Terms zu definieren und zu verwenden.

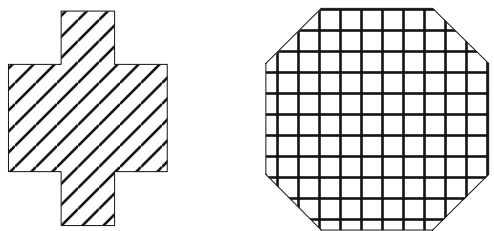
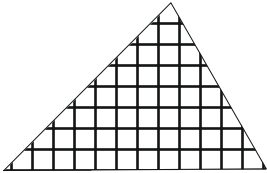
Beispiele:

| | Eingabe | Ausgabe |
|----|--------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. | $4a + 5a$ | $9a$ |
| | $-(-b - a)$ | $a + b$ |
| | $2x - 5 \cdot (-2x + 3y) + 2 - y$ | $12x - 16y + 2$ Bemerkung: Hier muss nicht der <i>expand</i> -Befehl zum Ausmultiplizieren verwendet werden. |
| 2. | <code>expand (2 · (x - 4))</code> | $2 \cdot x - 8$ |
| | <code>factor (21 + 3x)</code> | $3 \cdot (x + 7)$ |
| 3. | $2 \cdot x + 2 \cdot y \rightarrow A(x,y)$ | Done |
| | $A(2,4)$ | 12 |
| | $A(x,2 \cdot x)$ | $6 \cdot x$ |




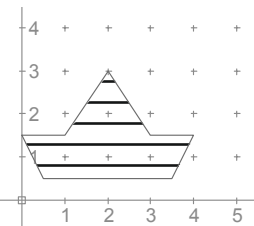
| | |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------|
| Thema 1.1: Inhaltsberechnung von Flächen Zerlegen und/oder Zusammenfügen | Dauer: ca. 3 Stunden |
| Die Einstiegsphase der Unterrichtseinheit dient zur Erarbeitung einer tragenden Strategie zur Berechnung von Figuren, für die keine Formeln bekannt sind. Hier werden Kompetenzen im Problemlösen dauerhaft erworben, kommunizieren und mathematisch argumentieren befördert. | |
| Besondere Materialien/Technologie: Lehrermaterial (LM): Blankofolien Schülermaterial (SM): Arbeitsblätter 1.1.1 – 1.1.3 Tageslichtprojektor (TLP) | |

Ablauf der Stunde 1: Flächenberechnung ohne Formel

| Inhalt | Medien | Kommentar |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Einstieg</p>  <p>„Bestimme den Flächeninhalt der Figuren.“</p> | AB 1.1.1 | <ul style="list-style-type: none"> • Einzel- oder Partnerarbeit • Probleme mathematisch lösen • Leitidee: Raum und Form |
| <p>Kommunikation</p> <p>Die Arbeitsergebnisse werden vorgestellt.</p> <p>Nach Flächenverwandlung oder -ergänzung können die Inhalte berechnet werden. Damit ist ein Zugewinn an Informationen erzielt.</p> <p>Zielorientierung: Gewinnung einer Strategie zur Berechnung des Flächeninhalts</p> | Tafel | <ul style="list-style-type: none"> • Kommunizieren • Mathematisch argumentieren • Zielorientierung bewusst machen |
| <p>Übertragung der Strategie</p>  <p>„Bestimme den Flächeninhalt der Figur. Schreibe deine Lösung so auf, dass du sie den anderen vorstellen kannst.“</p> <p>Die Strategie zur Flächeninhaltsberechnung soll auf anderen Figuren übertragen werden. Dabei wird keine Formel für die Figur verwendet.</p> <p>Ausgewählte Schülerinnen und Schüler dokumentieren ihre Lösung auf einer Folie.</p> | AB 1.1.2a – 1.1.2d Blanko- folien | <ul style="list-style-type: none"> • Gruppenpuzzle (1. Teil) • Mathematische Darstellungen verwenden • Kommunizieren • Mathematisch argumentieren |
| <p>Hausaufgabe</p> <p>„Schreibe eine Anleitung zur Berechnung des Flächeninhalts deiner Figur mit Skizze und Berechnung.“</p> | | <ul style="list-style-type: none"> • Vorbereitung der zweiten Phase des Gruppenpuzzles |

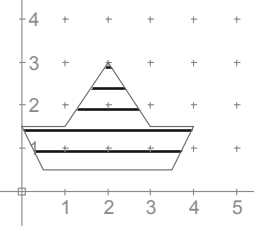



Ablauf der Stunde 2: Gruppenpuzzle zur Flächenberechnung

| Inhalt | Medien | Kommentar |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Darstellung der Ergebnisse</p>  <p>Die Schülerinnen und Schüler stellen sich in einer zweiten Phase des Gruppenpuzzles („Expertenrunde“) gegenseitig ihre Problemlösungen vor.</p> <p>Die Schülerinnen und Schüler stellen als Experten die Bestimmung des Flächeninhalts „ihrer“ Figur vor und erfahren von den anderen Experten deren Lösungen.</p> <p>Der Zeitbedarf für den Austausch liegt bei etwa 4 mal 5 Minuten.</p> | <p>Anleitungen aus der Hausaufg.</p> | <ul style="list-style-type: none"> • Gruppenpuzzle (2. Teil) • Kommunizieren • Mathematisch argumentieren |
| <p>Sicherung</p>  <p>Zur Sicherung der Lösungsstrategien bearbeiten die Schülerinnen und Schüler eine Kontrollaufgabe.</p> | <p>AB 1.1.3</p> | <ul style="list-style-type: none"> • Einzel- oder Partnerarbeit • Zielorientierung: Trägt die Strategie zur Flächenberechnung auch bei anderen Figuren? |
| <p>Reflexion</p> <p>„Was hat uns geholfen, das Problem zu lösen?“</p> <ul style="list-style-type: none"> - Welche Mathematik? - Welche Strategie? | <p>Tafel Folie aus der 1. Std.</p> | <ul style="list-style-type: none"> • Bewusste Rückschau |
| <p>Hausaufgabe</p> <p>„Schreibe eine Anleitung zur Berechnung des Flächeninhalts der Figur mit Skizze und Berechnung.“</p> <p>Ausgewählte Schülerinnen und Schüler dokumentieren ihre Anleitung auf einer Folie.</p> <p>Werden die Folien mit wasserlöslichem Stift beschrieben, so stehen sie für weitere Benutzungen zur Verfügung. Die Ausarbeitungen auf den Folien können durch Kopie dauerhaft gesichert werden.</p> | <p>Blankofolie</p> | <ul style="list-style-type: none"> • Zielorientierung: Vorbereitung der nächsten Stunde • Die Folie wird später noch verwendet. Bitte aufbewahren! |



Ablauf der Stunde 3: Übung der Zerlegungs- und Ergänzungsstrategie

| Inhalt | Medien | Kommentar |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Einstieg durch Zusammenfassung der Lösungsstrategie</p>  <p>Schülerinnen und Schüler stellen sich gegenseitig ihre Problemlösungen vor.</p> <p>Bei der Präsentation können verschiedene Schülerlösungen gegeneinander gestellt werden, um Vor- und Nachteile sowie Gemeinsamkeiten festzuhalten.</p> <p>Die Verwendung von durch die Hausaufgabe vorbereitete Folien sichert eine zeitökonomische Präsentationsmöglichkeit für alle.</p> <p>Mit der Präsentation wird die Frage geklärt, worin der inhaltliche Zugewinn besteht: Jetzt hat man eine Möglichkeit, Flächeninhalte „komplexer“ Figuren berechnen zu können.</p> | <p>Folien aus der Hausaufgabe</p> <p>Tafel</p> <p>Folie aus der 1. Std</p> | <ul style="list-style-type: none"> • Kommunizieren • Mathematisch argumentieren • Mathematische Darstellungen verwenden • Mit formalen, technischen und technischen Elementen der Mathematik umgehen |
| <p>Sicherung</p>  <p>Die bisher erarbeiteten Strategien werden an vielfältigen Aufgaben geübt.</p> <p>Durch Aufgabenauswahl ist eine Binnendifferenzierung möglich.</p> | <p>AB 1.1.3</p> | <ul style="list-style-type: none"> • Zielorientierung: Festigung der Strategie |
| <p>Reflexion</p> <p>„Was hat uns geholfen, das Problem zu lösen?“</p> <ul style="list-style-type: none"> - Welche Mathematik? - Welche Strategie? | <p>Tafel</p> | <ul style="list-style-type: none"> • Bewusste Rückschau |
| <p>Hausaufgabe</p> <p>„Deine Oma fragt dich danach, was ihr gerade im Mathematikunterricht macht. Erkläre ihr an einem selbstgewählten Beispiel, wie man den Flächeninhalt einer Figur bestimmen kann. Führe ihr die Flächenberechnung auch vor.“</p> | | <ul style="list-style-type: none"> • Mit dieser Ausarbeitung kann der Wissensspeicher ergänzt werden. Dieser sichert eine individuelle und bewusste Rekapitulation. |



Zusätzliche methodisch/didaktische Anmerkungen: Gruppenpuzzle

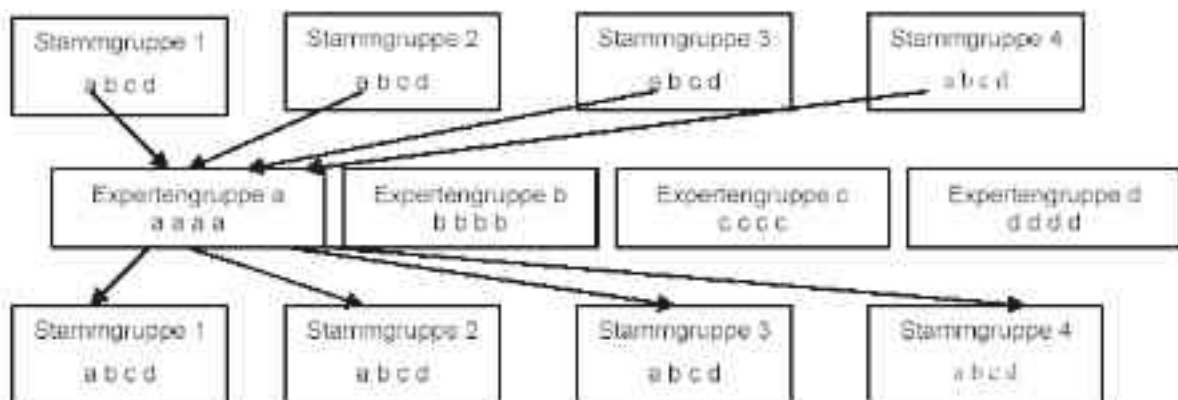
Die Aufgaben werden arbeitsteilig in Gruppen gelöst. Jeder Gruppe wird eine Aufgabe zugeordnet. Die Vorstellung der Ergebnisse erfolgt in Form eines **Gruppenpuzzles**: Jedes Gruppenmitglied ist Experte für „seine“ Aufgabe. Es werden anschließend neue Gruppen aus Experten gebildet. In jeder neuen Gruppe ist ein Experte für eine Aufgabe. Jeder Experte erklärt den anderen den Lösungsweg „seiner“ Aufgabe.

Bei großen Klassen können Aufgaben auch doppelt an Gruppen vergeben werden. Damit werden die Expertengruppen nicht zu groß. Nach dem Gruppenpuzzle ist eine Präsentation im Plenum nicht notwendig, kann aber eine sinnvolle Ergänzung sein. Hier ist eine Dokumentation des Gruppenergebnisses auf einem Plakat ertragreich.

Das Gruppenpuzzle ermöglicht die Erarbeitung einer komplexen Aufgabe in relativ kurzer Zeit. Die Lernenden eignen sich als „Experten“ ein Thema an, das sie sich als Lehrende in einer zweiten Phase gegenseitig weitervermitteln. Der Hintergrund ist das alte Lernprinzip „Wer lehrt, der lernt“. Diese Methode eignet sich, um die Kommunikationsfähigkeit der Schüler zu entwickeln, wie z. B. zuhören, erklären, darstellen, argumentieren, begründen.

Ablauf:

- Der Lehrer stellt eine komplexe Aufgabe, die in Teilaufgaben zerlegt wird. Die Anzahl der Teilaufgaben bestimmt die Gruppenstärke der „Stammgruppe“.
- In der „Stammgruppe“ werden die jeweiligen Teilaufgaben der komplexen Aufgabe mit dem Ziel verteilt, dass jeder ein „Experte“ für die spezielle Fragestellung wird und das spezielle Material zunächst individuell bearbeitet.
- Die Schüler finden sich jetzt in den „Expertengruppen“ zusammen und erarbeiten gemeinsam ihre jeweilige Teilaufgabe.
- Die „Experten“ gehen nun in ihre „Stammgruppen“ zurück und erläutern ihre Ergebnisse.
- Nach der Präsentation in der „Stammgruppe“ sollten alle Schüler über alle Facetten der eingangs gestellten komplexen Aufgabe Bescheid wissen (Ziel ist ein annähernd gleicher Wissensstand).
- Im Unterrichtsgespräch stellen beliebige Schüler die Teilaufgaben der Klasse vor, eventuell folgt eine schriftliche Leistungsbewertung.



Vergleiche zum Beispiel:

- http://pz.bildung-rp.de/pn/pn2_98/s01-08.htm
- <http://lehrerfortbildung-bw.de/faecher/projektkompetenz/methoden/>
- <http://www.schulserver.hessen.de/ortenberg/gs-konradsdorf/Schulentwicklung/Klippert.htm>



Gruppenwahlkarten für ein Gruppenpuzzle mit 4er Gruppen

A
1

A
2

A
3

A
4

B
1

B
2

B
3

B
4

C
1

C
2

C
3

C
4

D
1

D
2

D
3

D
4



E
5

E
6

E
7

E
8

F
5

F
6

F
7

F
8

G
5

G
6

G
7

G
8

H
5

H
6

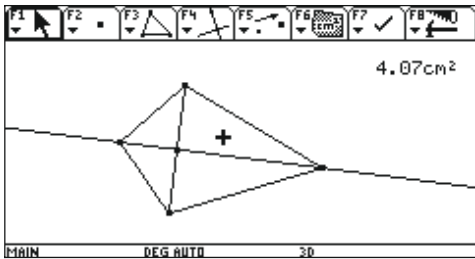
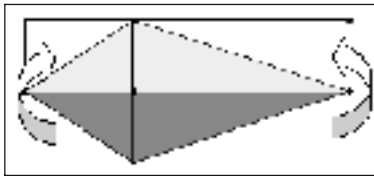
H
7

H
8



| | |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------|
| Thema 1.2: Flächeninhaltsformeln | Dauer: ca. 4 Stunden |
| Im Experiment wird untersucht, bei welchen Veränderungen an der Figur der Flächeninhalt mit verändert wird und bei welchen er unverändert bleibt. Nach Einführung der Höhe werden Flächeninhaltsformeln für Dreiecke, Drachen und Parallelogramm hergeleitet. Dabei soll sowohl Wert auf die Wortform als auch die Buchstabenform gelegt werden. Es folgt eine Übungsstunde. | |
| Besondere Materialien/Technologie: LM: Folien aus Stunde 1 von 1.1.; Dateien „DRACHEN.9xa“ und „DREIECK.9xa“; OHP mit Aufsatz SM: Arbeitsblätter 1.2.1 bis 1.2.6 | |

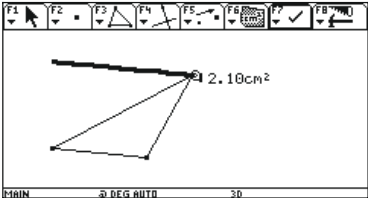
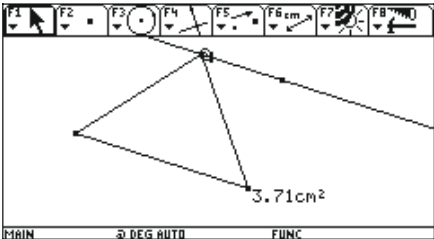
Ablauf der Stunde 1: Drachenvierecke

| Inhalt | Medien | Kommentar |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Einstieg und Erarbeitung Aufforderung zur Bildung von <u>Hypothesen</u> : <ul style="list-style-type: none"> • Was geschieht, wenn man an den Eckpunkten des Drachenvierecks bzw. an dem Querbalken zieht?  <p>Durchführung des <u>Demonstrations-experiments</u> mithilfe der Datei. Beschreibung der <u>Beobachtung</u>.</p> <p>Zusammenfassung: Ziehen an den Eckpunkten verändert die Diagonalenlängen. Drachenvierecke mit gleichen Diagonalenlängen haben denselben Flächeninhalt.</p> | Datei „DRACHEN.9xa“ und OHP | <ul style="list-style-type: none"> • ggf. Wiederholung der Eigenschaften eines Drachenvierecks • Demonstrations-experiment. |
| Vertiefung Begründung und Herleitung der Formel:  <ul style="list-style-type: none"> • Beschreibe mithilfe einer Zerlegungsskizze, wie man den Flächeninhalt eines Drachenvierecks bestimmen kann. <ul style="list-style-type: none"> • Begründe damit deine Beobachtung. • Die eine Diagonale und die Hälfte der anderen Diagonale bilden die Rechteckseiten. • Flächeninhalt eines Rechtecks = Länge • Breite • Flächeninhalt eines Drachen = Hälfte einer Diagonale • andere Diagonale | Ggf. Folie aus Stunde 3 von 1.1 Tafel | <ul style="list-style-type: none"> • Ggf. Anknüpfung an Stunde 1.1.3 • Unterrichtsgespräch |

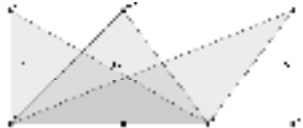


| | | | | |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------|--------------------|------------------------------------------------------------------------------------|
| Information Abkürzungen: A (Area) für Flächeninhalt. Kleine Buchstaben für Streckenlängen. <table border="1" style="width: 100%;"> <tr> <td style="width: 50%;">Rechteck: $A = a \cdot b$</td> <td style="width: 50%;">Drachen: $A = \frac{1}{2} e \cdot f$</td> </tr> </table> Die rechten Seiten der Gleichungen nennt man jeweils einen "Term" (=Ausdruck) | Rechteck: $A = a \cdot b$ | Drachen: $A = \frac{1}{2} e \cdot f$ | Tafel, Merkheft | <ul style="list-style-type: none"> Übernahme in den Wissensspeicher |
| Rechteck: $A = a \cdot b$ | Drachen: $A = \frac{1}{2} e \cdot f$ | | | |
| Übung Aufgaben 1 und 2 | AB 1.2.1 | <ul style="list-style-type: none"> Einzelarbeit | | |
| Hausaufgabe Aufgabe 3 (und ggf. Zusätze zu Aufgabe 2) | | <ul style="list-style-type: none"> Binnen-differenzierung möglich | | |

Ablauf der Stunde 2: Dreiecke

| Inhalt | Medien | Kommentar |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Besprechung der Hausaufgabe (Bei Einsatz einer Folie, mit der die Hausaufgabe präsentiert wird, erfolgt der Vergleich zeitökonomisch.) | Folie | <ul style="list-style-type: none"> Kommunizieren Mathematisch argumentieren |
| Erarbeitung 1 Arbeitsaufträge an die Schüler:  <ul style="list-style-type: none"> Zeichne ein beliebiges Dreieck (F3-3) Miss dessen Flächeninhalt (F6-2) Aktiviere den Spurmodus (F7-2) für einen Eckpunkt des Dreiecks. <ul style="list-style-type: none"> Ziehe an diesem Eckpunkt so, dass sich der Flächeninhalt möglichst nicht verändert. Formuliere deine Beobachtung. | Cabri Geometry Rechner und OHP | <ul style="list-style-type: none"> Einzelarbeit am Rechner |
| Erarbeitung 2 Überprüfung der Hypothese:  Ein Punkt wird auf einer Parallelen zur gegenüberliegenden Seite gezogen | Datei „DREIECK.9xa“ | <ul style="list-style-type: none"> Die Datei „DREIECK.9xa“ ist vorher (nach dem Schneeballprinzip) an Schüler zu verteilen |
| Ergebnissicherung Der Flächeninhalt des Dreiecks hängt nur von der Seitenlänge und dem Abstand dieser Seite zur Parallelen durch den gegenüberliegenden Eckpunkt ab. | | <ul style="list-style-type: none"> Wissensspeicher |



| | | |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Information</p>  <p>Die Senkrechte vom Eckpunkt auf die gegenüberliegende Seite nennt man Höhe, ihre Länge ist der gesuchte Abstand.</p> | | |
| <p>Vertiefung und Zusammenfassung</p> <p>Arbeitsauftrag:</p> <p>In Stunde 3 hast du Flächeninhalte von Dreiecken berechnet. Erläutere die Berechnung des Flächeninhalts eines Dreiecks unter Verwendung des Begriffs Höhe.</p> <p>Ergebnis:</p> <p>Flächeninhalt eines Dreiecks = halbe Grundseitenlänge • Höhe</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;"> $A = \frac{1}{2} g \cdot h$ </div> | | <ul style="list-style-type: none"> • Partnerarbeit • Wissensspeicher |
| <p>Übung</p> <p>Aufgaben 5 bis 7 in eigener Auswahl</p> | <p>AB 1.2.1- 1.2.2</p> | <ul style="list-style-type: none"> • Auswahl möglich |
| <p>Hausaufgabe</p> <p>Rest der Aufgaben 5 bis 7 und die Aufgaben 8 und 9</p> | <p>AB 1.2.2</p> | <ul style="list-style-type: none"> • Auswahl möglich |


Ablauf der Stunde 3: Parallelogramme

| Inhalt | Medien | Kommentar |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Besprechung der Hausaufgaben</p> | <p>Folie</p> | <ul style="list-style-type: none"> • Kommunizieren |
| <p>Erarbeitung</p> <p>Arbeitsauftrag:</p> <p>Untersuche, mithilfe welcher Größen man den Flächeninhalt eines Parallelogramms bestimmt. Betrachte dazu verschiedene flächengleiche Parallelogramme mit gleicher Grundseite.</p> | <p>AB 1.2.4</p> <p>Oberer Teil</p> | <ul style="list-style-type: none"> • Partnerarbeit • Optionale Hilfe |
| <p>Ergebnissicherung</p> <p>Vergleiche Blatt 1.2.4 unterer Teil</p> <p>Flächeninhalt eines Parallelogramms = Grundseite • Höhe</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;"> $A = g \cdot h$ </div> | <p>Tafel / Folien Merkheft</p> | <ul style="list-style-type: none"> • Schülervortrag (ggf. mit Folien) • Unterrichtsgespräch |
| <p>Übung</p> <p>Aufgabe 10 bis 12</p> | <p>AB 1.2.2 und 1.2.3</p> | |
| <p>Hausaufgabe</p> <p>Aufgabe 13, 14, 15</p> | <p>AB 1.2.3</p> | |




Ablauf der Stunde 4: Vermischte Übungen

| Inhalt | Medien | Kommentar |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Besprechung der Hausaufgaben | Folie | • Kommunizieren |
| Übung und Vertiefung Übungsaufgaben von den Aufgabenblättern Verpflichtend: Aufgaben 16,17,18,19,20 | AB 1.2.3 | • Partnerarbeit Hier sollten behandelt werden: • Trapeze als Vertiefung mit Anwendungen • Zerlegung von Vielecken |

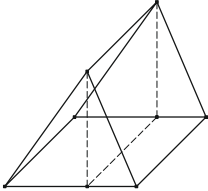
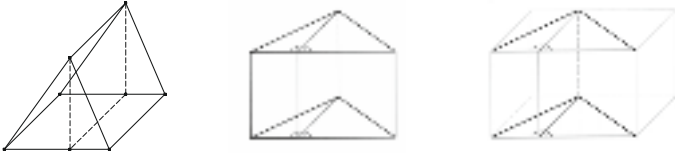
| Thema 1.3: Raum- und Oberflächeninhalte von Prismen | Dauer: ca. 4 Stunden |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| Die Zerlegungs- und Ergänzungsstrategie soll auf Rauminhalte bei Prismen übertragen werden. Dafür sind auch Schrägbilder und Oberflächennetze nötig. | |
| Besondere Materialien/Technologie: LM: (Folienvorlagen) 1.3.1 bis 1.3.5 SM: Arbeitsblätter 1.3.1 bis 1.3.6 evtl. Amicelli-Verpackung |  |

Ablauf der Stunde 1: Schrägbild

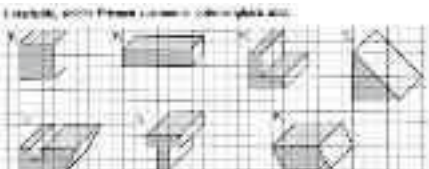
| Inhalt | Medien | Kommentar |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------|
| Einstieg  <p>Wie groß ist der umbaute Raum des Hauses?</p> <p>(spätere Antwort: $V = 720 \text{ m}^3$)</p> <p>Das Haus ist nicht maßstäblich vorgegeben, es muss als Schrägbild neu gezeichnet werden. (Ausgangspunkt: Schrägbild eines Quaders; wenn nötig, Vorführung durch den Lehrer) notwendige Konvention: 45° / Verkürzungsfaktor $\frac{1}{2}$</p> | Folie des Hauses Folie 1.3.1 AB 1.3.2 | • Reaktivierung des Vorwissens: Schrägbild zeichnen Quadervolumen |
| Eventuelle Ergänzung bzw. Hilfe Falls notwendig kann zunächst die Schrägbildzeichnung des Erdgeschosses (Quader) erfolgen. Danach kann dann das Schrägbild des Hauses gezeichnet werden. | Tafel | • Lehrervortrag |
| Reflexion „Was hat uns geholfen, das Problem zu lösen?“ - Welche Mathematik? - Welche Strategie? | Tafel | • Bewusste Rückschau |
| Übung Schüler zeichnen das Schrägbild des Hauses | | • Einzelarbeit |
| Hausaufgabe Zeichne eine Wolkenkratzerstadt | AB 1.3.1 | |




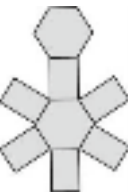
Ablauf der Stunde 2: Zerlegungs- und Ergänzungsstrategie bei einem Hausdach

| Inhalt | Medien | Kommentar | | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|-------------------------------------------------------------------|
| Präsentation der Hausaufgabe Diverse Zeichnungen von Wolkenkratzerstädten | | <ul style="list-style-type: none"> • Schülerbeiträge | | |
| Einstieg „Schätze den Rauminhalt des Erdgeschosses und des Daches.“ Austausch der Ergebnisse; Sammlung an der Tafel Rauminhalt des Quaders <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;"> Volumen = Länge • Breite • Höhe Volumen = Grundfläche • Höhe </div> | Folie1.3.1 AB 1.3.2 Tafel | <ul style="list-style-type: none"> • Unterrichtsgespräch • Mathematisch argumentieren • Sicherung eines Zwischenergebnisses | | |
| Erarbeitung Anwendung der Zerlegungs- und Ergänzungsstrategie auf das Hausdach.  <p>„Beschreibe die dargestellte Lösungsidee mit eigenen Worten. Berechne den Rauminhalt des Hausdaches.“</p> | Folie1.3.2 | <ul style="list-style-type: none"> • Partnerarbeit • Mathematisch argumentieren • Kommunizieren • Mathematische Darstellungen verwenden | | |
| Zusammenfassung Der Rauminhalt des Daches lässt sich einfach als die Hälfte des Rauminhalts des Quaders berechnen. | Tafel | <ul style="list-style-type: none"> • Schülervortrag | | |
| Ergebnis zur Einstiegsfrage „Der Rauminhalt des Hauses setzt sich aus den Rauminhalten des Erdgeschosses und des Daches zusammen und beträgt insgesamt 720 m ³ .“ | Tafel | <ul style="list-style-type: none"> • Ergebnissicherung • Zusammenfassung durch Schüler | | |
| Reflexion „Was hat uns geholfen, das Problem zu lösen?“ - Welche Mathematik? - Welche Strategie? | Tafel | <ul style="list-style-type: none"> • Bewusste Rückschau | | |
| Definition des Prismas: „Prismen sind Körper, die ein Vieleck als Grundfläche haben und deren Seitenkanten auf der Grundfläche senkrecht stehen und gleich lang sind.“ | Tafel | <ul style="list-style-type: none"> • Wissensspeicher | | |
| Rauminhalt von Prismen  <p>Prismen können auf verschiedene Weisen dargestellt werden. Wird ein Prisma auf die Grundfläche (Vieleckfläche) gestellt, so ergibt sich für den Raum-Inhalt:</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;"> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">Volumen = Grundfläche • Höhe</td> <td style="padding: 2px;">$V = G \cdot h$</td> </tr> </table> </div> | Volumen = Grundfläche • Höhe | $V = G \cdot h$ | Folie1.3.3 | <ul style="list-style-type: none"> • Lehrervortrag |
| Volumen = Grundfläche • Höhe | $V = G \cdot h$ | | | |



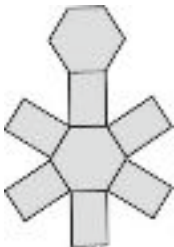
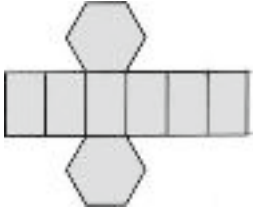
| | | |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|--|
| <p>Hausaufgabe zur Anwendung und Festigung</p>  <p>Bearbeitet werden sollen die Aufgaben 3 und 4 des Aufgabenblattes</p> | AB 1.3.2 | |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|--|

Ablauf der Stunde 3: Raum-Inhalt eines sechsseitigen Prismas

| Inhalt | Medien | Kommentar |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Besprechung der Hausaufgabe (Bei Einsatz einer Folie, mit der die Hausaufgabe präsentiert wird, erfolgt der Vergleich zeitökonomisch.)</p> | <p>Folie Folie1.3.4</p> | <ul style="list-style-type: none"> • Kommunizieren • Mathematisch argumentieren |
| <p>Einstieg</p>  <p>„Berechne den Rauminhalt der Amicelli-Verpackung.“ (spätere Antwort: ca. 672,5 cm³)</p> <p>Prisma mit regelmäßigem Sechseck als Grundfläche Maße: Grundkantenlänge: 4,3 cm; Höhe: 14,0 cm</p> | <p>Folie1.3.5 AB 1.3.2, Aufg. 5 Ggf. Amicelli-Verpackung</p> | <ul style="list-style-type: none"> • Partnerarbeit • Eventuell ist eine Hilfe beim Zerlegen des regelmäßigen Sechsecks notwendig |
| <p>Ergebnispräsentation Ausgewählte Schüler präsentieren ihre Lösungswege und Ergebnisse. Die verschiedenen Wege werden gegeneinander gestellt, Gemeinsamkeiten und Unterschiede werden besprochen</p> | <p>Folien mit Schülerlösungen</p> | <ul style="list-style-type: none"> • Schülervortrag • Kommunizieren • Mathematisch argumentieren |
| <p>Ergebnis zur Einstiegsfrage „Der Rauminhalt der Amicelli-Verpackung beträgt insgesamt ca. 672,5 cm³.“</p> | <p>Tafel</p> | <ul style="list-style-type: none"> • Ergebnissicherung • Zusammenfassung durch Schüler |
| <p>Reflexion „Was hat uns geholfen, das Problem zu lösen?“ - Welche Mathematik? - Welche Strategie?</p> | <p>Tafel</p> | <ul style="list-style-type: none"> • Bewusste Rückschau |
| <p>Übung Aufgaben 6 und 7</p> | <p>AB 1.3.2 und 1.3.3</p> | <ul style="list-style-type: none"> • Andere Volumenberechnungen sind möglich |
| <p>Hausaufgabe zur Vorbereitung der nächsten Stunde</p>  <p>„Bestimme den Oberflächeninhalt der Amicelli-Verpackung.“ Erläutere dein Vorgehen! Erkläre, wie dir die abgebildeten Netze bei der Aufgabe helfen können.</p> <p>(Bei Einsatz einer Folie, mit der die Hausaufgabe präsentiert werden kann, kann der spätere Vergleich zeitökonomisch erfolgen.)</p> | <p>AB 1.3.3, Aufg. 8 Folie</p> | |

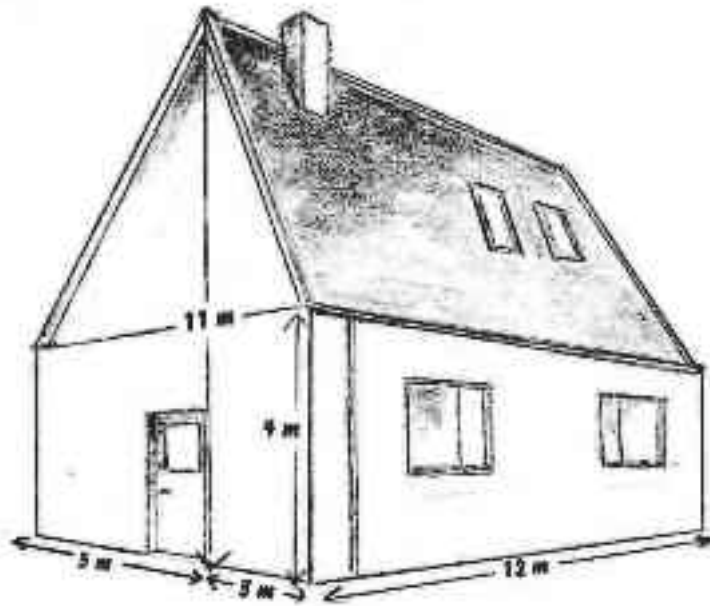


Ablauf der Stunde 4: Oberflächen-Inhalt eines sechsseitigen Prismas und Verallgemeinerung

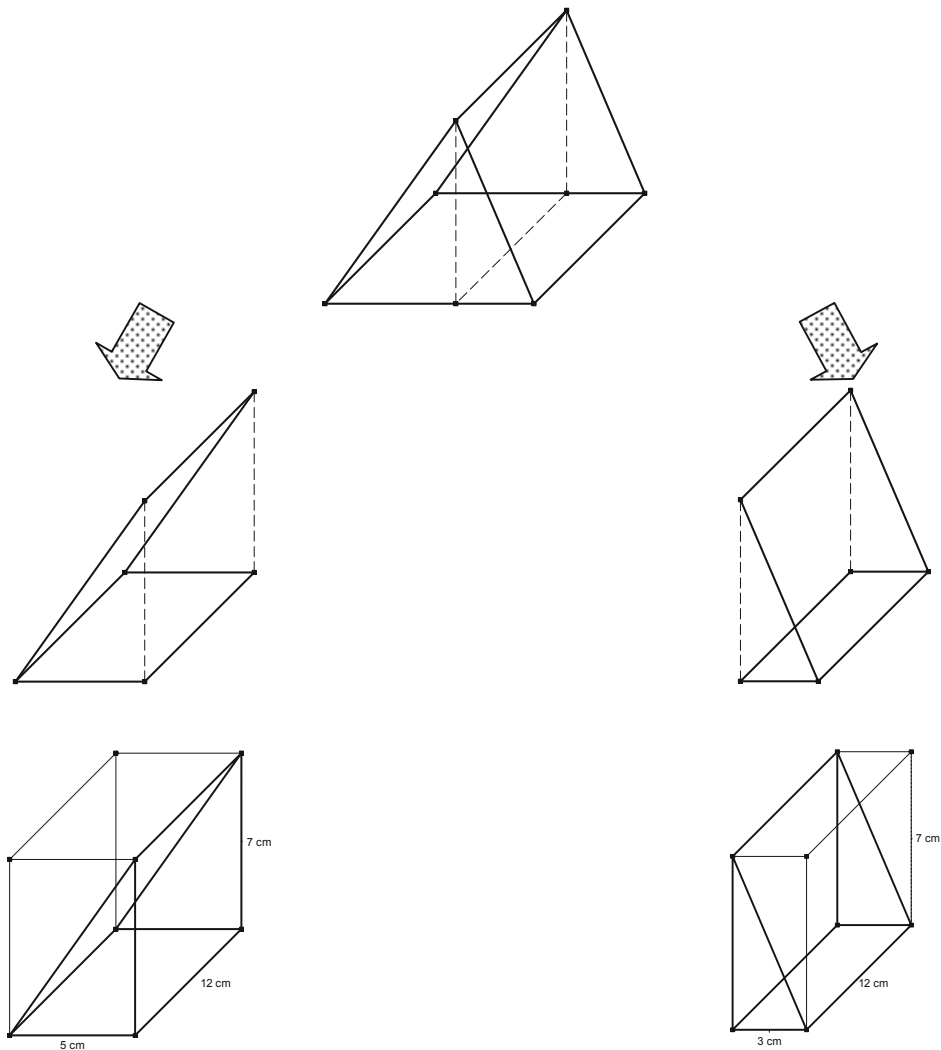
| Inhalt | Medien | Kommentar | | |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Besprechung der Hausaufgabe (Bei Einsatz einer Folie, mit der die Hausaufgabe präsentiert wird, erfolgt der Vergleich zeitökonomisch.) Ergebnis: „Der Oberflächeninhalt der Amicelli-Verpackung beträgt insgesamt ca. 457,3 cm²“</p> | <p>Folie AB 1.3.3 Folie 1.3.6</p> | <ul style="list-style-type: none"> • Kommunizieren • Mathematisch argumentieren | | |
| <p>Erarbeitung und Zusammenfassung</p>  <p>Oberfläche als Summe der Inhalte der Netzflächen „Der Oberflächeninhalt der Verpackung lässt sich einfach als die Summe aller Flächeninhalte des Netzes berechnen.“</p> | <p>AB 1.3.3 Folie 1.3.6</p> | <ul style="list-style-type: none"> • Schülervortrag • Probleme mathematisch lösen | | |
| <p>Systematisierung</p>  <p>Klara behauptet: „Der Oberflächeninhalt der Verpackung lässt sich einfach als die Summe aus dem Flächeninhalt des Mantels und der Flächeninhalte von Deck- und Grundfläche berechnen.“</p> <p>Begründe, ob sie recht hat oder nicht. Oberflächeninhalt eines Prismas</p> <table border="1" style="width: 100%;"> <tr> <td>$\text{Oberfläche} = 2 \cdot \text{Grundfläche} + \text{Mantelfläche}$</td> </tr> <tr> <td>$\text{Oberfläche} = 2 \cdot G + M$</td> </tr> </table> | $\text{Oberfläche} = 2 \cdot \text{Grundfläche} + \text{Mantelfläche}$ | $\text{Oberfläche} = 2 \cdot G + M$ | | <ul style="list-style-type: none"> • Kommunizieren • Mathematisch argumentieren • Mit ... Elementen der Mathematik umgehen |
| $\text{Oberfläche} = 2 \cdot \text{Grundfläche} + \text{Mantelfläche}$ | | | | |
| $\text{Oberfläche} = 2 \cdot G + M$ | | | | |
| <p>Übungen zur Festigung Aufgaben 9 und 10</p> | <p>AB 1.3.3</p> | <ul style="list-style-type: none"> • Auswahl möglich | | |
| <p>Reflexion „Was hat uns geholfen, das Problem zu lösen?“ - Welche Mathematik? - Welche Strategie?</p> | <p>Tafel</p> | <ul style="list-style-type: none"> • Bewusste Rückschau | | |
| <p>Hausaufgabe diverse Übungen zur Flächen-, Volumen- und Oberflächenberechnung</p> | <p>AB 1.4.1 AB 1.4.2</p> | <ul style="list-style-type: none"> • Auswahl aus den vorgelegten Aufgaben möglich | | |



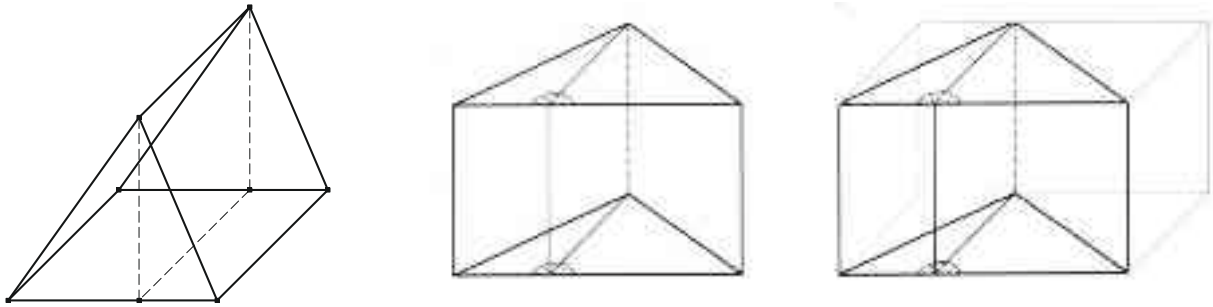
Lehrmaterial (Folie) LM 1.3.1



Lehrmaterial (Folie) LM 1.3.2

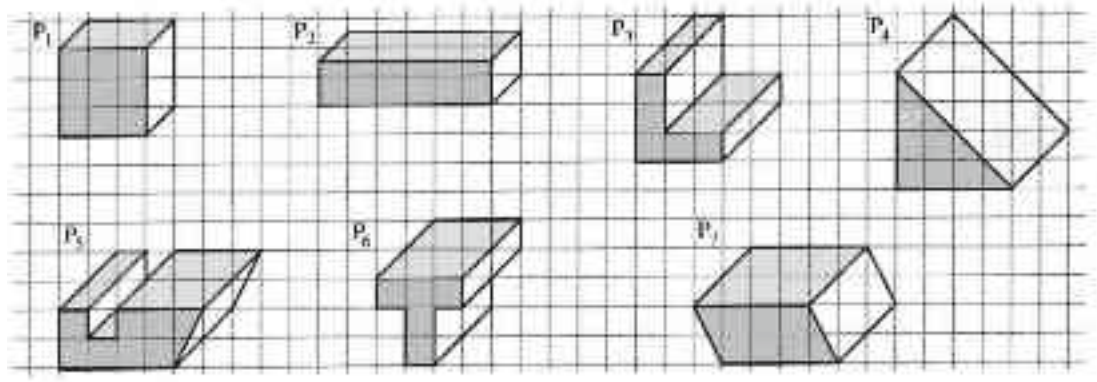


Lehrmaterial (Folie) LM 1.3.3



Lehrmaterial (Folie) LM 1.3.4

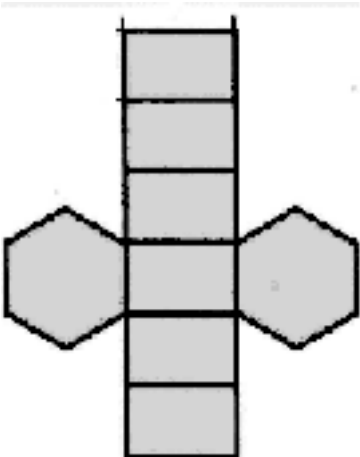
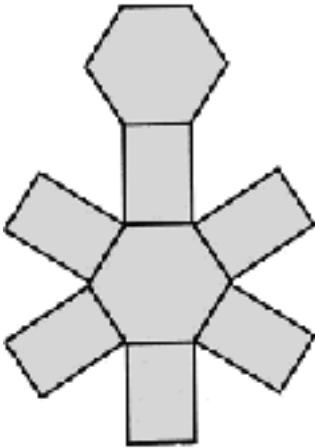
Entscheide, welche Prismen zueinander volumengleich sind.



Lehrmaterial (Folie) LM 1.3.5



Lehrmaterial (Folie) LM 1.3.6



| | |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|
| Thema 2.1: Umgang mit Termen und Rechengesetzen | Dauer: 5 Stunden |
| Anhand von geometrischen Aufgaben sollen die Lernenden Terme aufstellen können und mithilfe der aus Klasse 6 bekannten Rechengesetze und/oder durch Vergleich der Terme auf die Wertgleichheit schließen. | |
| Besondere Materialien/Technologie: OHP-Display; AB 2.1. der Schülermaterialien | |

Ablauf der Stunde 1: Gleichwertigkeit von Termen

| Inhalt | Medien | Kommentar |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Besprechung der HA von AB 1.3.3 Aufg. 8 | | |
| Einstieg Lehrende gibt Problemstellung: Gegeben ist die folgende Fläche. Gib mindestens zwei verschiedene Terme zur Berechnung der gegebenen Fläche an. | AB 2.1. Nr.1 | Partnerarbeit (PA) |
| Erarbeitung - Schüler nennen mehrere Möglichkeiten; Festhalten der verschiedenen Terme an der Tafel - Die „Wertgleichheit“ der Terme wird diskutiert und z.B. geometrisch durch Flächenzerlegung nachgewiesen - Die Überprüfung der „Wertgleichheit“ von Termen sollte auch ohne Anbindung an eine Zeichnung z.B. mit Zahlen erfolgen. | Tafel | Hinweis: mindestens eine Lösung sollte nicht wertgleich sein, falls nicht: Lehrervorgabe. Zum Prüfen der Wertgleichheit: Lösung mit Hilfe einer Tabelle oder Graphik ist auch möglich. |
| Hausaufgabe Aufgabe Nr.2 von | AB 2.1 | |



Ablauf der Stunde 2: Rechengesetze

| Inhalt | Medien | Kommentar |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Einstieg</p> <p>Bespr. der HA</p> <p>Motivation: Statt unendlich viele Zahlen einzusetzen, wird nach einem effektiveren Verfahren zur Überprüfung der Wertgleichheit gesucht.</p> | | <p>Lehrer-Schüler-Gespräch (LSG) / Lehrervortrag (LV)</p> |
| <p>Erarbeitung</p> <p>Formulierung der Rechengesetze an der ersten Teilaufgabe der Hausaufgabe.</p> <p>(Flächeninhalt als Anwendung des Distributivgesetzes; Umfang als Anwendung des Assoziativgesetzes).</p> | | <p>Folgende Ziele sollten bei der Erarbeitung hervorgehoben werden:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Terme als gleichwertig erkennen - Einen möglichst einfachen Term erhalten |
| <p>Sicherung</p> <p>An den beiden anderen Teilaufgaben der HA übertragen die Lernenden das Gelernte.</p> <p>Lernende nennen mehrere Möglichkeiten. Anhand ausgewählter Terme werden die Rechengesetze „Kommutativgesetz“, „Assoziativgesetz“ und „Distributivgesetz“ erweitert.</p> | | |
| <p>Übung / HA</p> <p>Aufgaben Nr. 3 u. 4 von</p> | AB 2.2.1 | |

Ablauf der Stunde 3: Übungen

| Inhalt | Medien | Kommentar |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Bespr. HA</p> <p>Standortbestimmung / Orientierungsphase</p> <p>Strategien bei Termumformungen klären, wie</p> <ul style="list-style-type: none"> - Ordnen und zusammenfassen - Ausmultiplizieren - Ausklammern | | LSG |
| <p>Ausgiebige Übungsphase</p> | AB 2.2.2 | <p>Sozialform nach Belieben der Lehrkraft.</p> <p>Bei der Besprechung sollen die prozessbezogenen Kompetenzen berücksichtigt werden.</p> |
| <p>Hausaufgabe</p> <p>Aufgabe Nr. 5 von</p> | AB 2.2.2 | |

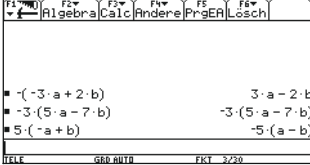
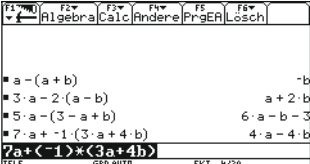


Ablauf der Stunde 4: Einführung der Rechnerbefehle für das Distributivgesetz

| Inhalt | Medien | Kommentar |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Bespr. HA</p> <p>Einstieg</p> <p>Bei der Klassifizierung der verschiedenen Aufgaben hinsichtlich ihres Schwierigkeitsgrades wird zur Erleichterung der TC mit den Befehlen expand und factor durch einen kurzen Lehrervortrag den Lernenden vorgestellt.</p> | OHP- Display | LV |
| <p>Erarbeitung</p> <p>Die Schüler kontrollieren mithilfe der neuen Befehle ihre Hausaufgaben.</p> | | PA |
| <p>Sicherung</p> <p>Die bei der Kontrolle aufgetretenen Fehler werden ausführlich besprochen und diskutiert. Klärung, welche Aufgaben händisch, welche besser mit dem TC gerechnet werden sollten.</p> | | <p>LSG</p> <p>Den Lernenden gegenüber sollen zwei Motive verdeutlicht werden:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Sinnvoller Einsatz (Zeitökonomie) • Anforderungen von Kopfübungen |
| <p>Hausaufgabe</p> <p>ggf. Bearbeitung der restlichen Aufgaben bis Nr. 4 von</p> | AB 2.3 | Die Aufg. 5 des AB 2.2.2 ist sehr umfangreich und würde sich auch als Langzeitaufgabe anbieten. |



Ablauf der Stunde 5: Spezialfall des Distributivgesetzes – Minusklammern

| Inhalt | Medien | Kommentar |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Vertiefung 1: Minusklammern</p> <p>Aufg. 2: Gib die folgenden Terme ein und bestätige jedesmal mit <Enter>:</p> <p>a) $-(-3a + 2b)$ b) $-3 \cdot (5a - 7b)$ c) $5 \cdot (-a + b)$</p>  <p>Finde heraus, wie die Eingabe mit der Ausgabe zusammenhängt und notiere deine Ergebnisse.</p> <p>Ergebnis 1: Der Rechner hat (-1) ausgeklammert oder den Klammerterm mit der negativen Zahl multipliziert.</p> <p>Ergebnis 2: Formulierung von Rechenregeln zum Umgang mit Minusklammern.</p> | <p>AB 2.3</p> <p>Tafel WSp</p> | <p>Ergebnisse an der Tafel strukturieren Hierbei sollte einer der Begriffe „Vorfaktor“ oder „Koeffizient“ eingeführt werden.</p> <p>Weitere Brüche, die sich durch Kürzen vereinfachen lassen (vorher (-1) oder (-4) etc. ausklammern) sollten dabei sein!</p> |
| <p>Vertiefung 2: Subtrahieren einer Klammer</p> <p>Gib die folgenden Terme ein und bestätige das Ergebnis durch schrittweises Nachrechnen:</p> <p>$a - (a + b)$</p> <p>$3a - 2 \cdot (a - b)$</p> <p>$5a - (3 - a + b)$</p> <p>$7a + (-1) \cdot (3b + 4a)$</p>  | <p>AB 2.3</p> <p>OHP- Display</p> | <p>s. Wissensspeicher</p> |



| | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------|
| Thema 2.4: Terme aus Zahlenrätseln | Dauer: 1-2 Stunden |
| Zahlenrätsel bieten einen weiteren Zugang zu Termen und legen Termumformungen nahe. Durch die Termumformungen werden Eigenschaften von Termen erkennbar. | |
| Besondere Materialien/Technologie: OHP-Display, AB 2.4 | |

Ablauf der Stunde 1: Terme aus Zahlenrätseln

| Inhalt | Medien | Kommentar |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Einstieg Verteilen des Comics. | AB 2.4 | Lernende lesen in EA den Comic und versuchen den Trick des Zauberers zu durchschauen. |
| | | |
| Erarbeitung Sammeln der Lösungsstrategien: <ol style="list-style-type: none"> (naheliegend) schrittweise Rückwärtsarbeiten Aufstellung und Vereinfachung eines Terms | | Motivation zur Termumformung: Abkürzung der notwendigen Rechenschritte und Effektivität durch Allgemeingültigkeit. |
| Übung In Abhängigkeit von der Anzahl der zu besprechenden Schüleraufgaben ist ggf. eine weitere Stunde erforderlich. | | Ich-Du-Wir-Methode |



Denken-Austauschen-Besprechen (Ich-Du-Wir-Methode)

Für Erarbeitungsphasen eignet sich die Methode **Denken-Austauschen-Besprechen** besonders.

Diese Methode ist aufgrund der einfachen Strukturen ohne große Vorbereitung flexibel im Unterricht einsetzbar. Durch das individuelle Lernen kann das Vorwissen der Schüler aktiviert werden. In der Kleingruppe kommt jeder beim Austauschen der Gedanken zu Wort.

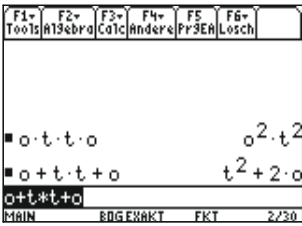
Ablauf:

- Denken: Der Lehrer stellt eine (offene) Frage und fordert die Schüler auf, individuell darüber nachzudenken. Er gibt genügend Zeit.
- Austauschen: Die Schüler (z. B. Banknachbarn) tauschen die Antworten aus. Dabei sollen die Schüler ihre Gedanken klar mitteilen, dem anderen aktiv zuhören und gegebenenfalls Rückfragen stellen.
- Besprechen: Der Lehrer fordert einen beliebigen Schüler zum Antworten auf. Er selbst hält sich zurück und ermöglicht den anderen darauf zu reagieren. Alternativ dazu diskutieren die Schüler in größeren Gruppen (4-6) abschließend ihre Ergebnisse und ein Gruppenvertreter fasst die Diskussionsergebnisse dann für die gesamte Lerngruppe auf einer Folie oder an der Tafel zusammen.



| | |
|-----------------------------------------------------------------------------|-------------------------|
| Thema 2.5: Mach den Otto zur Null | Dauer: 1 Stunden |
| Namen als Terme – Die Blackbox „CAS“ mittels Termumformungsgesetze erklären | |
| Besondere Materialien/Technologie: OHP-Display; AB 2.5 | |


Ablauf der Stunde: Erklärung von TC-Rechnungen mittels Termumformungsgesetzen

| Inhalt | Medien | Kommentar |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Einstieg</p> <p>Der Lehrer gibt vor Augen der Lerngruppe folgendes in den Rechner ein:</p>  <p>Die Schüler erklären (ggf. nach Aufforderung) die Rechnertätigkeit</p> | OHP- Display | <p>Erwartung:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Buchstaben sind Variablennamen • Umformung nach Rechengesetzen |
| <p>Erarbeitung/Übungen</p> <p>Aufgaben mit verschiedenem Offenheitsgrad, in denen die Schüler sich in Einzel- und Partnerarbeit mit der "Blackbox" CAS auseinandersetzen.</p> | AB 2.5, Tafel bzw. OHP- Display für Nr. 3 | Gleichermaßen eine explorative Erkundung der Blackbox wie auch (schrittweise) Begründung durch Rechengesetze. |



| | |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|
| Thema 2.6: Flächen- und Volumenformeln | Dauer: 3 Stunden |
| Diese Stunden sollen den Zusammenhang zwischen den Flächeninhaltsformeln aus Thema 1 und den bisherigen Betrachtungen von Termen herstellen. Dabei wird die Möglichkeit des Rechners zur Entwicklung des funktionalen Denkens beizutragen, besonders genutzt. | |
| Besondere Materialien/Technologie: OHP-Display; AB 2.6.1 und 2.6.2 | |

Ablauf der Stunde 1 und 2: Einführung von Bausteinfunktionen

| Inhalt | Medien | Kommentar |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Einstieg</p> <p>Verteilung des AB's. Ggf. Vorstellung des Rechners zur Bearbeitung von Formeln, allerdings sind die Aufgaben (insbes. mit der TC-Hilfe) selbsterklärend</p> <p><u>Aufgabe 1:</u></p> <p>Die Formel für den Flächeninhalt eines Dreiecks lautet:</p> $A = \frac{1}{2} \cdot \text{Grundseite} \cdot \text{Höhe} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$ <p>Im TC soll die Formel „adriereck“ heißen. Sie wird so eingegeben: → („speichern in“)</p>  | <p>AB 2.6.1</p> <p>TC-Hilfe</p> | <p>Sozialform nach Ermessen des Lehrenden. Aufgrund der unterschiedlichen Komplexität bietet sich mindestens PA an.</p> |
| <p>Erarbeitung</p> <p>Die Lernenden bearbeiten in der gewählten Sozialform die Aufgaben bis einschl. Nr. 2</p> | <p>AB 2.6.1</p> <p>Folien für Schülerlösungen (exempl. für Aufg. 1)</p> <p>OHP-Display</p> | <p>Da die Breite der Kompetenzen recht groß ist, sollten bei der Bearbeitung der Aufgaben keine Abstriche gemacht werden.</p> <p>Es kann hier damit begonnen werden, im TC eine Sammlung von Makros für einschlägige Formeln einzubauen: z.B.: arecht(a,b) adriereck(g,h) atrapez(a,c,h) vdreipri(g,h,s) ...</p> |



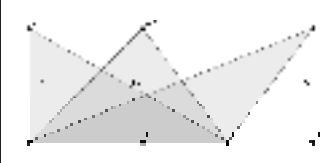
| | | |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|--|
| Sicherung (Mitte der zweiten Stunde) Die Ergebnisse werden mithilfe von Schülerrechnern bzw. den angefertigten Schülerfolien verglichen und besprochen. | Folien mit Schüler- lösungen OHP- Display | |
| Hausaufgabe (zur dritten Stunde): Aufgabe Nr. 3 | AB 2.6.1 Folien für Schüler- Lösungen | |

Ablauf der Stunde 3: Trapezfläche und Quadervolumen

| Inhalt | Medien | Kommentar |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------|---------------|
| Einstieg Bespr. der HA | OHP- Display Schüler- Folien | LSG |
| Erarbeitung und Bearbeitung an der Aufgabe 4 von Fazit zum Ende der Stunde: <ul style="list-style-type: none"> • Was fiel euch leicht? • Was war schwer? • Wobei sind die meisten Fehler aufgetaucht? | AB 2.6.1 | PA SLG |
| Hausaufgabe Aufgaben Nr. 5 und 6 | AB 2.6.2 | |

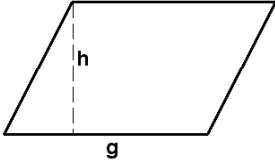
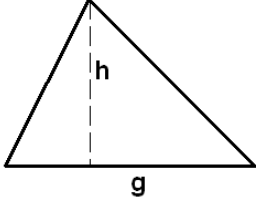
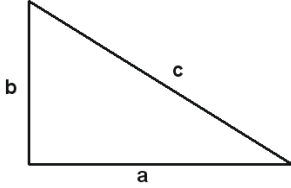
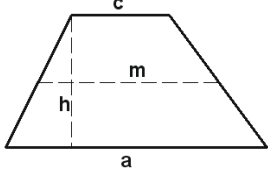
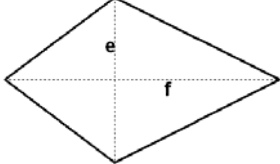


3. Wissensspeicher

| Längen, Flächeninhalte | | | |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------|--------------------------------------|
| <p>Strategien der Flächenberechnung sind z. B.:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Zerlegen (in bekannte Teilflächen) • Ergänzen (zu einer bekannten Flächenform) • Zusammensetzen (zu einer bekannten Flächenform) | | | |
| <p>Deine Oma fragt dich danach, was ihr gerade im Mathematikunterricht macht. Erkläre ihr an einem selbstgewählten Beispiel, wie man den Flächeninhalt einer Figur bestimmen kann. Führe ihr die Flächenberechnung auch vor.“</p> <p>Mit einer solchen Ausarbeitung kann der Wissensspeicher ergänzt werden. Dieser sichert eine individuelle und bewusste Rekapitulation.</p> | | | |
| <ul style="list-style-type: none"> • Flächeninhalt eines Rechtecks = Länge • Breite • Flächeninhalt eines Drachen = die Hälfte von Diagonale • andere Diagonale <p>Information</p> <p>Abkürzungen: A (Area) für Flächeninhalt. Kleine Buchstaben für Streckenlängen.</p> <table border="1" style="width: 100%;"> <tr> <td style="width: 50%;">Rechteck: $A = a \cdot b$</td> <td style="width: 50%;">Drachen: $A = \frac{1}{2} e \cdot f$</td> </tr> </table> <p>Die rechten Seiten der Gleichungen nennt man jeweils einen "Term" (=Ausdruck)</p> | | Rechteck: $A = a \cdot b$ | Drachen: $A = \frac{1}{2} e \cdot f$ |
| Rechteck: $A = a \cdot b$ | Drachen: $A = \frac{1}{2} e \cdot f$ | | |
| <p>Information</p> | | | |
|  | <p>Die Senkrechte vom Eckpunkt auf die gegenüberliegende Seite nennt man Höhe, ihre Länge ist der gesuchte Abstand.</p> | | |
| <p>Flächeninhalt des Dreiecks = halbe Grundseitenlänge • Höhe $A = \frac{g \cdot h}{2}$</p> | | | |
| <p>Flächeninhalt des Parallelogramms = Grundseite • Höhe $A = g \cdot h$</p> | | | |



Zusammenfassung mit Beispielen

| Name der Figur Flächeninhaltsformel | Figur | In den Beispielen gelte: $g = 5; h = 3; a = 5; b = 3;$ $c = 3; e = 6; f = 3$ |
|-----------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|
| Parallelogramm $A = g \cdot h$ |  | $A = g \cdot h = 5 \cdot 3 = 15$ |
| Dreieck $A = \frac{g \cdot h}{2}$ |  | $A = \frac{g \cdot h}{2} = \frac{5 \cdot 3}{2} = 7,5$ |
| rechtwinkliges Dreieck $A = \frac{a \cdot b}{2}$ |  | $A = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{5 \cdot 3}{2} = 7,5$ |
| Trapez $A = \frac{(a+b)}{2} \cdot h = m \cdot h$ |  | $A = \frac{(a+b)}{2} \cdot h = \frac{(5+3)}{2} \cdot 3 = 12$ |
| Drachen $A = \frac{e \cdot f}{2}$ |  | $A = \frac{e \cdot f}{2} = \frac{6 \cdot 3}{2} = 9$ |



Längen, Oberflächen und Rauminhalte

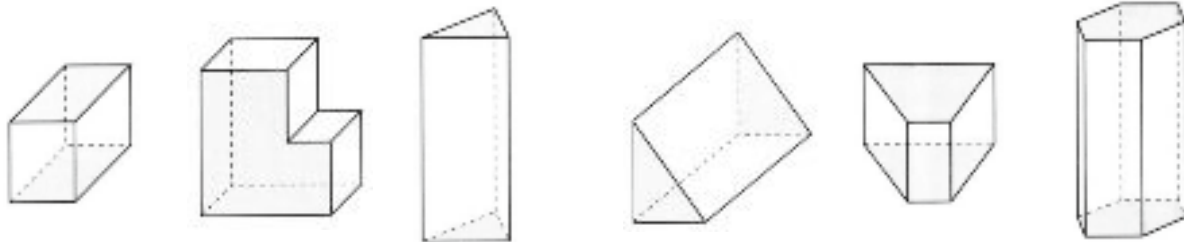
Ein (gerades) **Prisma** ist ein Körper, der von zwei zueinander parallelen und deckungsgleichen Vielecken sowie von Rechtecken begrenzt wird.

Die zueinander parallelen und deckungsgleichen Vielecke werden Grund- bzw. Deckfläche und die Rechtecke Seitenflächen genannt. Die Seitenflächen bilden die Mantelfläche.

Entsprechend der Eckenzahl der Grundfläche wird das Prisma dreiseitiges, vierseitiges, ... Prisma genannt.

Der Abstand der Grundfläche zur Deckfläche ist die Höhe des Prismas.

Quader sind demnach besondere Prismen.

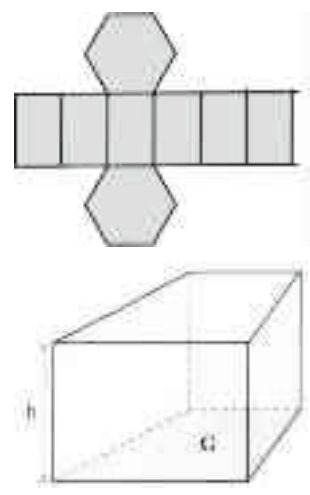


Rauminhalt des Quaders

| | | | |
|---------------------------------|-------------------------|------------------------------|-----------------|
| Volumen = Länge • Breite • Höhe | $V = l \cdot b \cdot h$ | Volumen = Grundfläche • Höhe | $V = G \cdot h$ |
|---------------------------------|-------------------------|------------------------------|-----------------|

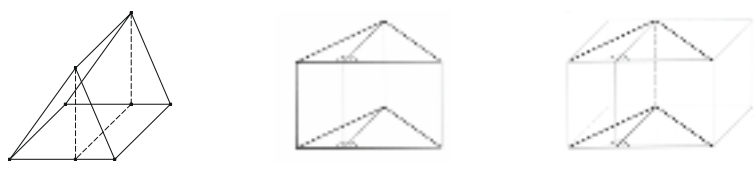
Oberflächeninhalt eines Prismas

| |
|---------------------------------------------|
| Oberfläche = 2 • Grundfläche + Mantelfläche |
| Oberfläche = 2 • G + M |



Für das **Volumen V** eines **Prismas** mit der Grundflächengröße G und der Höhe h gilt: **V = G • h**

Beachte dabei die Grundfläche richtig zu wählen.



Terme

Rechengesetze:

- Kommutativgesetz: $a + b = b + a$ und $a \cdot b = b \cdot a$
- Assoziativgesetz: $a + (b + c) = (a + b) + c$ und $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$
- Distributivgesetz: $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$
 (ausklammern / ausmultiplizieren)
- Spezialfälle mit Minusklammern: $-a \cdot (b + c) = -a \cdot b + (-a) \cdot c = -a \cdot b - a \cdot c$
 $a - (b - c) = a - b + c$

„Merke: Ein Minuszeichen vor der Klammer dreht die Vorzeichen um.“

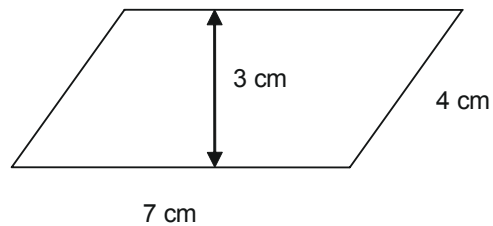


4. Überprüfung der händischen Fertigkeiten

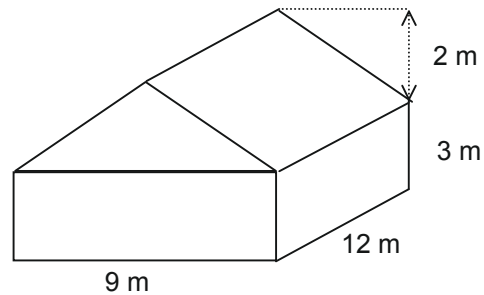
Test 1

Aufgabe 1

Berechne den Flächeninhalt der abgebildeten Figur:

**Aufgabe 2**

Berechne das Volumen der abgebildeten Figur.

**Aufgabe 3**

Fasse die folgenden Terme so weit wie möglich zusammen:

a) $5 \cdot a + b - a$

b) $x \cdot y + 2 \cdot y \cdot x - x \cdot 3 \cdot y$

Aufgabe 4

Löse die Klammern auf.

a) $z \cdot (2 + z)$

b) $y - 2 \cdot (y + 1)$

Aufgabe 5

Überprüfe die folgenden Umformungen und korrigiere, falls nötig:

a) $2 \cdot x + 3 \cdot x^2 = 5 \cdot x^3$

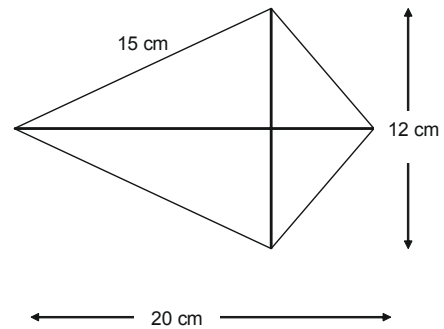
b) $7 \cdot (a - 7) = 7 \cdot a$



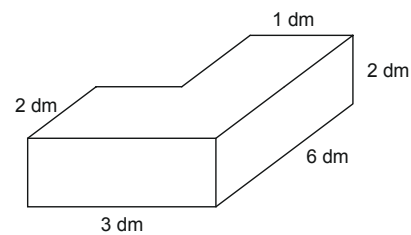
Test 2

Aufgabe 1

Berechne den Flächeninhalt der abgebildeten Figur:

**Aufgabe 2**

Berechne das Volumen der abgebildeten Figur.

**Aufgabe 3**

Fass die folgenden Terme so weit wie möglich zusammen:

a) $5 \cdot x \cdot y - 3 \cdot x \cdot y^2 + 4 \cdot x \cdot y$

b) $a \cdot b - 7 \cdot b \cdot a + x \cdot 3 \cdot x^2$

Aufgabe 4

Klammere aus:

a) $8 \cdot x + 20$

b) $4 \cdot x^2 + 2 \cdot x \cdot y$

Aufgabe 5

Überprüfe die folgenden Umformungen und korrigiere, falls nötig:

a) $x^2 + x = x \cdot (x + 1)$

b) $3 a \cdot (8 + b - 5) = 24 a \cdot b - 15 a$

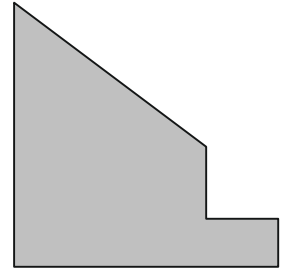


5. Klassenarbeitsaufgaben

Klassenarbeit A

Aufgabe 1

Messe und markiere die benötigten Längen und bestimme den Flächeninhalt der abgebildeten Figur.

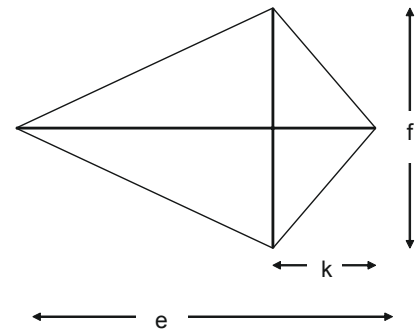


Aufgabe 2

Klaus und Klara möchten sich Drachen basteln.

In der Bauanleitung sind die Leistenlängen des Kreuzes mit $e = 70 \text{ cm}$ und $f = 60 \text{ cm}$ angegeben. Ferner gilt für den Abstand des Kreuzungspunktes von der oberen Spitze $k = 15 \text{ cm}$.

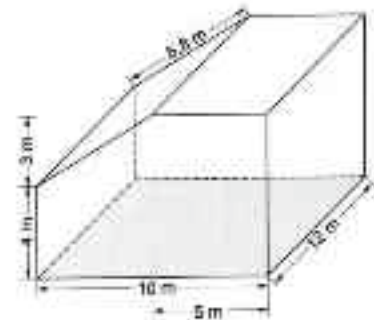
- a) Wie groß wird der Flächeninhalt des Drachens?
- b) Bevor Klaus die Leisten zusammenfügt, überlegt er, wie sich der Flächeninhalt des Drachens ändert, wenn er k verändert. Erkläre Klara diesen Zusammenhang.
- c) Begründe, ob die folgende Aussage richtig oder falsch ist: Der Flächeninhalt eines Drachens verdoppelt sich, wenn man die Länge einer Diagonalen verdoppelt.

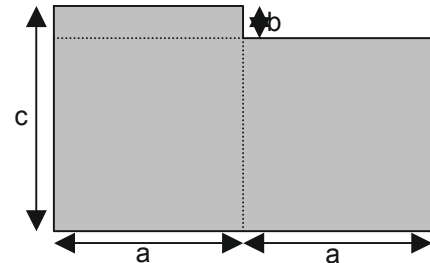
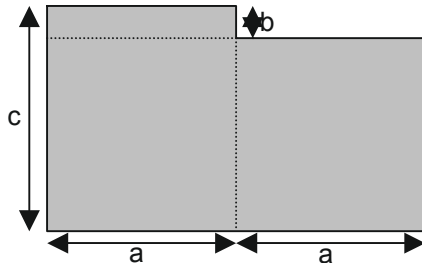
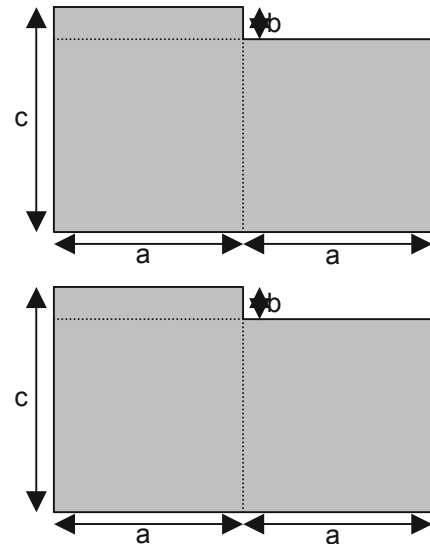
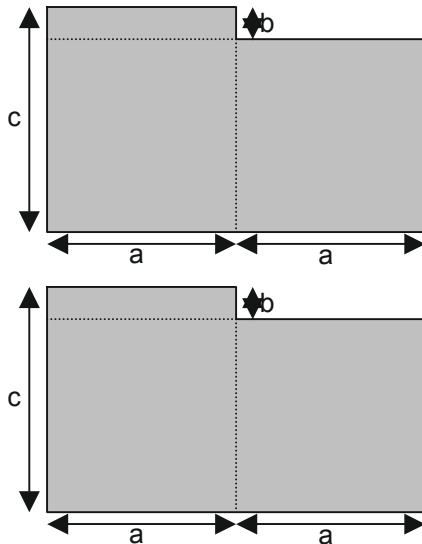


Aufgabe 3

Zur Berechnung der Größe von Heizungen muss man das Volumen des jeweiligen Raumes kennen.

- a) Berechne den Raum - Inhalt des Saales im Bild rechts.
- b) Der Saal soll von innen gestrichen werden. Zur Kostenkalkulation berechnet der Anstreicher eine Fläche von etwa 400 m^2 – kann das stimmen? Begründe deine Entscheidung durch eine entsprechende Rechnung.



Aufgabe 4

Klara, Klaus und Lehrer LEMPEL haben drei verschiedene Terme zur Beschreibung des Flächeninhalts der schraffierten Fläche aufgestellt:

Klara: $A = 2 \cdot a \cdot c - a \cdot b$

Klaus: $A = 2 \cdot a \cdot (c - b) + a \cdot b$

Lehrer LEMPEL: $A = a \cdot (c - b) + a \cdot (c - b) + a \cdot b$

- Erkläre an der Figur die Überlegungen, die zu den jeweiligen Termen führen.
- Finde einen weiteren eigenen Term zur Berechnung des Inhalts der Fläche.
- Zeige durch Umformung und Vergleich **zweier** Terme, dass sie das Gleiche bedeuten.

Aufgabe 5

- Stelle zu dem Zahlenrätsel einen Term auf. Finde den Trick heraus.

„Denke dir eine Zahl und addiere 3. Multipliziere die Summe mit 4 und subtrahiere die Zahl 11.“

- Formuliere zu dem folgenden Term ein passendes Zahlenrätsel.

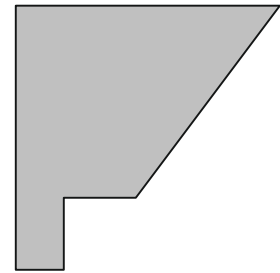
$$(2 \cdot x + 5) \cdot 7 - 20$$



Klassenarbeit B

Aufgabe 1

Messe und markiere die benötigten Längen und bestimme den Flächeninhalt der abgebildeten Figur.

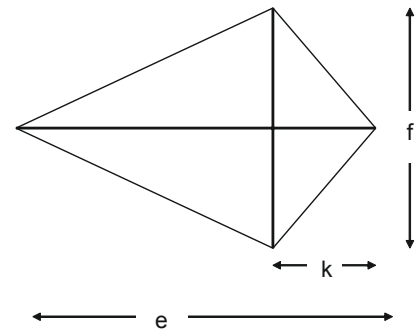


Aufgabe 2

Klaus und Klara möchten sich Drachen basteln.

In der Bauanleitung sind die Leistenlängen des Kreuzes mit $e = 90\text{ cm}$ und $f = 80\text{ cm}$ angegeben. Ferner gilt für den Abstand des Kreuzungspunktes von der oberen Spitze $k = 20\text{ cm}$.

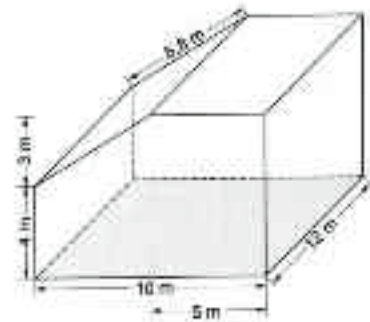
- a) Wie groß wird der Flächeninhalt des Drachens?
- b) Bevor Klaus die Leisten zusammenfügt, überlegt er, wie sich der Flächeninhalt des Drachens ändert, wenn er k verändert. Erkläre Klara diesen Zusammenhang.
- c) Begründe, ob die folgende Aussage richtig oder falsch ist: Der Flächeninhalt eines Drachens verdoppelt sich, wenn man die Länge einer Diagonalen verdoppelt.

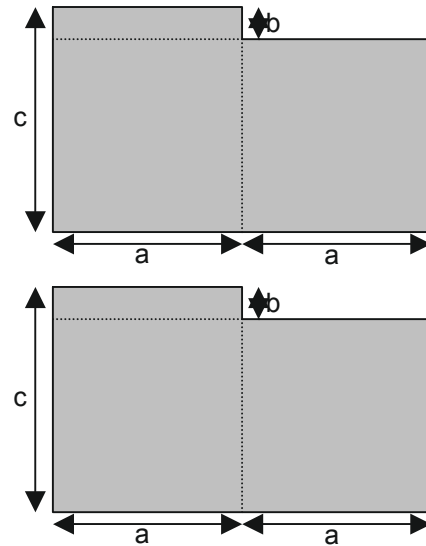
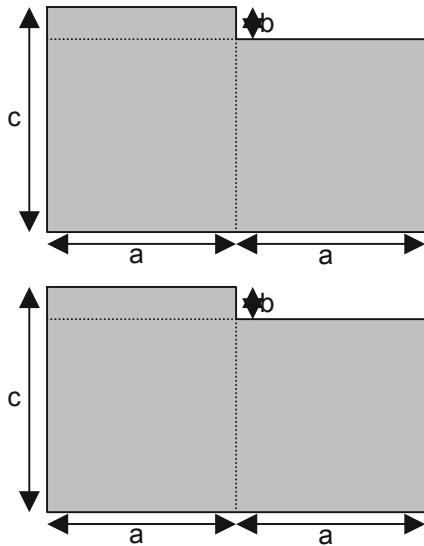


Aufgabe 3

Zur Berechnung der Größe von Heizungen muss man das Volumen des jeweiligen Raumes kennen.

- a) Berechne den Raum - Inhalt des Saales im Bild rechts.
- b) Der Saal soll von innen gestrichen werden. Zur Kostenkalkulation berechnet der Anstreicher eine Fläche von etwa 350 m^2 - kann das stimmen?
Begründe deine Entscheidung durch eine entsprechende Rechnung.



Aufgabe 4

Klara, Klaus und Lehrer LEMPEL haben drei verschiedene Terme zur Beschreibung des Flächeninhalts der schraffierten Fläche aufgestellt:

Klara: $A = 2 \cdot a \cdot c - a \cdot b$

Klaus: $A = 2 \cdot a \cdot (c - b) + a \cdot b$

Lehrer LEMPEL: $A = a \cdot (c - b) + a \cdot (c - b) + a \cdot b$

- Erkläre an der Figur die Überlegungen, die zu den jeweiligen Termen führen.
- Finde einen weiteren eigenen Term zur Berechnung des Inhalts der Fläche.
- Zeige durch Umformung und Vergleich **zweier** Terme, dass sie das Gleiche bedeuten.

Aufgabe 5

- Stelle zu dem Zahlenrätsel einen Term auf. Finde den Trick heraus.

„Denke dir eine Zahl und addiere 5. Multipliziere die Summe mit 2 und subtrahiere die Zahl 17.“

- Formuliere zu dem folgenden Term ein passendes Zahlenrätsel.

$$(4 \cdot x + 2) \cdot 3 - 35$$



Didaktischer Kommentar:

Vermischte Kopfübungen vom Typ dieser sechs Beispielsequenzen sind eine rituelle **Lerngelegenheit für das Wachhalten von mathematischem Grundwissen** aus früheren Themen und Klassenstufen.

Sie enthalten jeweils Grundaufgaben bzw. deren Umkehrungen zu verschiedenen nicht zum aktuellen Stoff gehörenden Begriffen, Verfahren oder Zusammenhängen, die dauerhaft verfügbar sein sollen.

Sie sind Teil einer Selbsteinschätzung der Lernenden mit dem Ziel, Aktivitäten zum Füllen individueller Lücken anzuregen.

Empfohlen wird, möglichst einmal pro Woche an einem bestimmten Wochentag zum Stundenbeginn diese vermischte Kopfübung einzusetzen. Sie sind auch geeignet zur Konzentrationsförderung und Aufmerksamkeitsfokussierung in Mittagsrandstunden. Dafür sollten nicht mehr als 10min eingeplant werden.

Die Regelmäßigkeit ist eine notwendige Voraussetzung für spürbare Erfolge.

Die Aufgaben – gemixt aus verschiedenen Grundanforderungen möglichst unabhängig vom aktuellen Unterrichtsthema – können auf einer Folie mit verdeckten Lösungen vorgestellt oder auch nacheinander mündlich gestellt und kurz an der Tafel angeschrieben werden. Die Schüler notieren sofort (nur) ihre Lösung auf einer Karteikarte, dann wird die nächste Aufgabe gestellt oder aufgedeckt.

Die Karteikarte wird von der Lehrkraft eingesammelt und zur nächsten Kopfübung wieder ausgeteilt. Die Zahl der richtigen Lösungen wird festgehalten mit dem Ziel, langfristig Verbesserungen zu erreichen. Damit das möglich wird, sollten gesonderte Lernangebote über Arbeitsblätter, Lernsoftware oder auch das Internet zum individuellen Üben bereit gestellt werden (zu Hause zu erledigen – oder z.B. auch im Nachmittagsförderangebot der Schule).

Ein Vergleich der Ergebnisse kann z.B. selbständig erfolgen nach Aufdecken der Ergebnisse auf der Overhead-Folie, durch Anschreiben der Lösungen auf Zuruf an der Tafel, durch Einklappen einer Tafel, wenn ein Schüler seine Aufgaben hinter einer Klapptafel verdeckt notiert hat o.ä.

Es empfiehlt sich eine kurze Abfrage, bei welcher Aufgabe hohe Fehlerquoten in der Klasse auftraten, um den mathematischen Hintergrund ggf. noch einmal für alle Schüler zu erläutern.

Von regelmäßigen Benotungen der Kopfübungen wird abgeraten, um den Charakter einer Lerngelegenheit mit Diagnosecharakter zu unterstreichen und die Lernenden daran zu gewöhnen, mehr Verantwortung für ihr eigenes Lernen zu übernehmen, indem sie angehalten werden, ohne unmittelbaren Bewertungsdruck individuell nachzulernen und ihre Lücken zu füllen.



Das sollst Du im Kopf können**Aufgabe 1**

- Berechne das 15-fache von 200 m.
- Nenne drei Zahlen zwischen 100 und 140, die durch 3 teilbar sind.
- Gib zwei Beispiele an für mögliche Längen und Breiten eines Rechtecks, dessen Flächeninhalt 30 cm^2 beträgt.
- Ist jedes Quadrat ein Rechteck?
- Notiere 5,6 cm in der nächst größeren und in der nächst kleineren Einheit.
- Berechne 75 % von 2000 €.
- Gib die Koordinaten eines Punktes an, der auf der x-Achse des Koordinatensystems liegt.
- Rechne $\frac{3}{2}$ um in eine Dezimalzahl.
- Zwei Drittel von 240 Kinoplätzen sind belegt. Wie viele Plätze sind noch frei?
Ordne die Brüche $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ und $\frac{3}{8}$ und beginne mit dem kleinsten!

Aufgabe 2

- Berechne das 12-fache von 75.
- Es ist genau 16.00 Uhr. Welchen Winkel schließen die beiden Uhrzeiger (**Minuten- und Stundenzeiger**) ein?
- Bestimme drei verschiedene Divisionsaufgaben, die das Ergebnis -8 haben.
- Nenne drei Körper, die ein Quadrat als Grundfläche besitzen (können)?
- Wie viele mm^3 sind in einem cm^3 ?
- Berechne 20 % von 180 km.
- In einem Koordinatensystem ist der Punkt P $(\frac{3}{4})$ gegeben. Q sei von P der Spiegelpunkt an der x-Achse und R der Spiegelpunkt an der y-Achse. Bestimme die Koordinaten der beiden Spiegelpunkte von P.
- Berechne $5,4 - 12,7$.
- Aus einem vollen 3 Liter-Fass werden 7 Gläser zu 0,25 Liter abgefüllt. Wie viele Liter Flüssigkeit bleiben noch im Fass?
- Was ist größer? $\frac{17}{24}$ oder $\frac{5}{8}$

Aufgabe 3

- Berechne:

| | | |
|-----------------------------|-----------------------------|------------------------------|
| $-26 + 58$ | $(-6) \cdot (-11) \cdot 3$ | $28 - 35 + 3$ |
| $(-26) \cdot (-6)$ | 5 % von 250 km | $-66 - 45$ |
| $\frac{5}{6} + \frac{1}{3}$ | $\frac{5}{6} - \frac{1}{3}$ | $-\frac{3}{4} + \frac{1}{3}$ |
- Wie viel cm^2 sind 71 m^2 ?
- Verwandle in m: 4500 cm



Aufgabe 4

- Berechne: $-12,6 + 38,7$
- Berechne $(-5) \cdot (-12) \cdot (-3)$
- Berechne $-5 - 36 + 7$
- Aus welchen Flächen besteht eine quadratische Pyramide?
- Wie viel cm^2 sind 34000 mm^2 ?
- Berechne 25 % von 480 km.
- Bestimme die größte Zahl: $-38,01$; $-39,1$; $-38,1$
- Berechne $3 \cdot (-4)^2$.
- Berechne $-\frac{5}{6} - \left(-\frac{1}{3}\right)$
- Berechne $-13 \cdot (-41 + 37)$

Aufgabe 5

- Berechne 20 % von 255 Litern
- Berechne das 19-fache von 27
- 125 % sind 300 €. Wie viel sind 100 %?
- Wie viel m^2 sind 30.000 m^2 ?
- Verwandle im cm^3 : 0,8 Liter
- Berechne: $-24 - (-39) + (-13)$
- Berechne: $(-18)^2$
- Berechne den 5. Teil von zwei Neuntel.
- Ein Sechserpack Fruchtsaft kosten 12 Euro. Wie viel kosten 8 Flaschen?
- 200 € werden zu 5 % verzinst. Das Geld wird für 2 Jahre gespart.
Welchen Betrag hat man nach 2 Jahren auf dem Konto?

Aufgabe 6

- Berechne 20 % von 255 l
- Berechne das 19-fache von 27
- 125 % sind 300 €. Wie viel sind 100 %?
- Wie viel m^2 sind 30.000 cm^2 ?
- Verwandle im cm^3 : 0,8 Liter
- Berechne: $-24 - (-39) + (-13)$
- 200 € werden zu 3% verzinst. Wie viele Zinsen sind gutzuschreiben?
- Berechne: $(-18)^2$
- Gib je ein Beispiel für einen proportionalen und antiproportionalen Zusammenhang an.
- Schreibe Dreiviertel als Dezimalbruch
- Wie viele Möglichkeiten gibt es, an einem Zahlenschloss die Ziffern 8, 9 und 0 einzustellen?



Das ist dein Basiswissen

Aufgabe 1

- a) Eine geplante Umgehungsstraße ist 12 km lang. $\frac{5}{6}$ sind schon fertig gestellt.
- b) Ein Bürgermeister erzählt über die Altersstruktur seine Gemeinde:
950 von unseren 2850 Einwohnern sind jünger als 18 Jahre.
Wie viel Prozent der Einwohner sind das?
- c) Zum Streichen einer Fassade werden 28 kg Farbe benötigt. Der Farbton wird durch Mischen von weißer und gelber Farbe im Verhältnis 5:2 hergestellt.
- d) In einem neuen Wohngebiet haben 28 % der 150 Häuser eine Solaranlage.

Aufgabe 2

- a) Überprüfe die Richtigkeit der folgenden Aussagen und begründe deine Entscheidung kurz.
A: Wenn man von einer positiven Zahl eine negative Zahl subtrahiert, erhält man stets ein positives Ergebnis.
B: Wenn man von einer negativen Zahl eine negative Zahl subtrahiert, erhält man stets eine negative Zahl.
C: Das Produkt zweier negativer Zahlen ist immer negativ.
D: Das Produkt einer negativen Zahl mit der Summe aus einer negativen und einer positiven Zahl ist immer positiv.
- b) An einem Wintersportort ist die Frühtemperatur - 6 °C. Bis zum Mittag wird es um 14,2 °C wärmer. Nachmittags bewölkt es sich und kühlt sich um 7,5 °C ab. Bestimme die jetzt vorliegende Temperatur.
- c) In der folgenden Nacht werden - 12,2 °C gemessen. In der Morgenzeitung steht:
Temperatursturz um über 20 °C. Kontrolliere die Behauptung.
- d) Mathematiker behauptet, dass eine Differenz immer kleiner ist als der Minuend. Nimm Stellung!

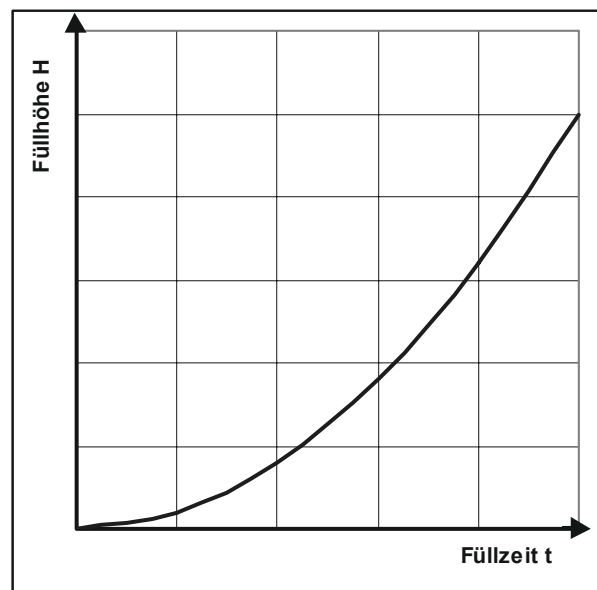
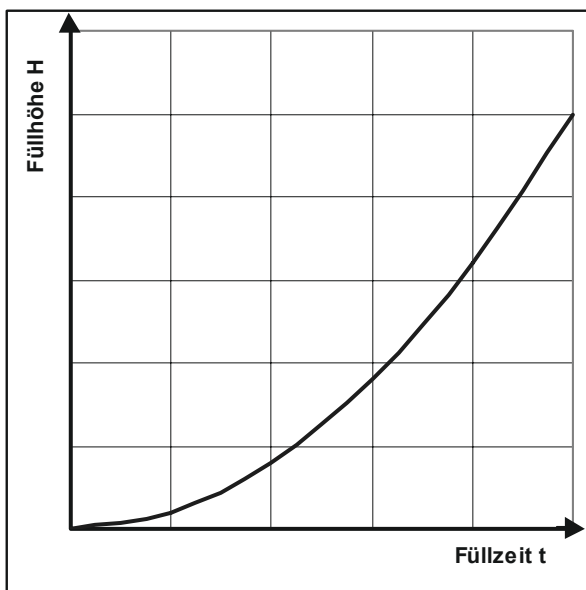
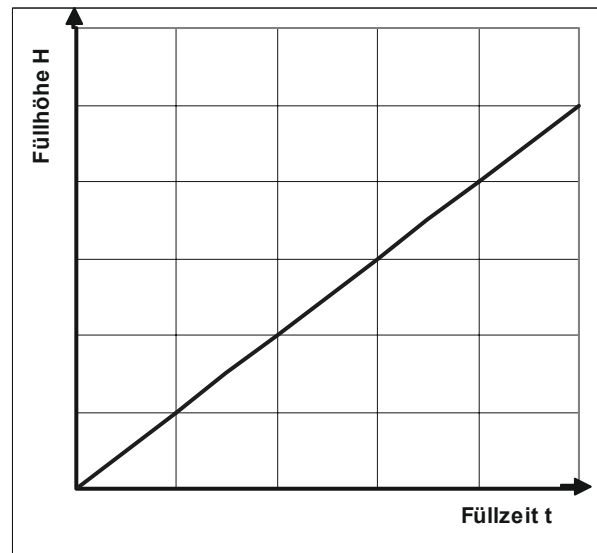
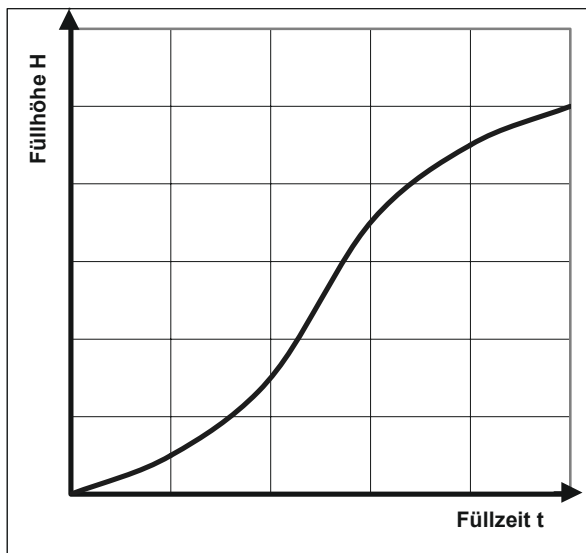
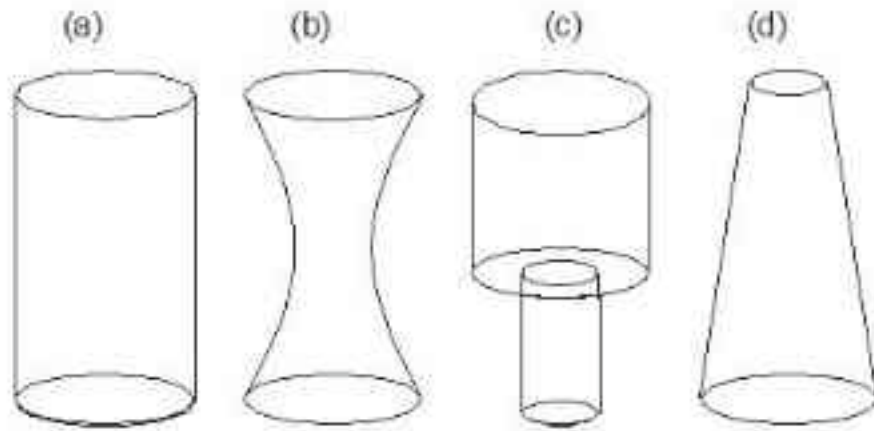
Aufgabe 3

- a) Die Quecksilbersäule eines Thermometers fällt von 5 °C auf - 3 °C. Stelle diesen Sachverhalt in einer Gleichung dar!
- b) Berechne: $2 - 4,5 =$ $3 \cdot (-5) =$ $(-3) - 7 =$
 $(-5) \cdot (-11) =$ $(-1,2) : 3 =$ $3 + (-5,2) =$
- c) Berechne: $12 - x = 5,7$ $(-14) : x = (-2)$ $(-1) + x = (-1,2)$ $x \cdot 6 = -4,2$
- d) Auf einem Konto befinden sich 245,50 €; es kann bis 150 € überzogen werden. Kann er auch das 6-fache von 40€ ausgeben? Wie viel Geld steht dem Kontoinhaber maximal zum Ausgeben zur Verfügung?
- e) Finde eine Wortgleichung für: $3,5 + 2 \cdot x = 2,7$. Was kannst du über den Betrag von x sagen?
- f) Was muss gelten, damit
 - bei einer Addition von zwei Zahlen mit unterschiedlichen Vorzeichen ein negative Zahl herauskommt?
 - bei einer Multiplikation von zwei Zahlen eine negative Zahl herauskommt?

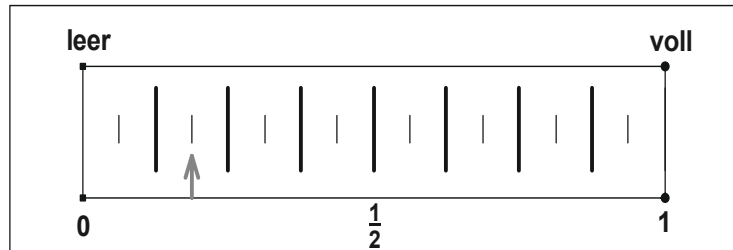
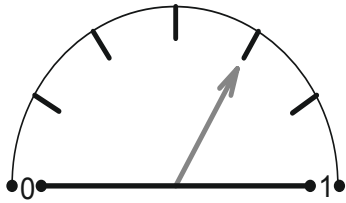


Aufgabe 4

- a) Ordne die Füllgraphen drei der vier gegebenen Gefäße zu und skizziere für das übrig gebliebene den Graphen zu den anderen.



- b) An Pumpen, Tanks und Messgeräten aus der Physik findest du Skalen. Die beiden Skalen gehören zu Benzintanks. In die Tanks passen jeweils 48 Liter Benzin. Gib jeweils an, wie viel Liter Benzin noch im Tank sind. Wie viel wurde bereits verbraucht?



Aufgabe 5

Eine Bruchzahl wird durch eine zweite dividiert. Wie ändert sich der Quotient, wenn

- (1) der Zähler, (2) der Nenner des Divisors verdreifacht wird.
- (1) der Zähler, (2) der Nenner des Dividenden verdreifacht wird.
- (1) der Zähler, (2) die Nenner beider Bruchzahlen verdoppelt werden.
- der Zähler und der Nenner (1) einer Bruchzahl, (2) beider Bruchzahlen versiebenfacht werden.
- der Nenner des Dividenden und der Zähler des Divisors verdoppelt werden.

Aufgabe 6

Multiplizieren und Dividieren mit Zehnerzahlen

- Berechne

| | |
|-------------------------------------|---------------------------|
| das Hundertfache von 0,0216 = | ein Zehntel von 0,213 = |
| das Hunderttausendfache von 0,021 = | ein Tausendstel von 213 = |
| ein Hunderttausendstel von 658 = | |

- Ergänze die weggewischten Rechenzeichen und Zahlen!

| | | | | | | | | | | |
|-------|---|-------|---|-------|---|---------|---|------|---|-------|
| 1,425 | = | 142,5 | ; | 0,933 | = | 0,00933 | ; | 64,2 | = | 0,642 |
| 14,25 | = | 1,425 | ; | 0,93 | = | 9,3 | ; | 300 | = | 0,03 |



Aufgabe 7

- a) Welche der folgenden Aussagen sind wahr? **Begründe** Deine Antwort!
- Wenn in einem Produkt aus drei Faktoren zwei das Vorzeichen wechseln, ändert sich das Produkt nicht.
 - Wenn man in einem Quotienten die Vorzeichen von Dividend und Divisor vertauscht, ändert sich der Quotient nicht.
- b) Erfinde drei verschiedene Multiplikationsaufgaben mit dem Ergebnis -21 .
- c) Erfinde drei verschiedene Divisionsaufgaben mit dem Ergebnis $-\frac{3}{4}$.
- d) Bart braucht für seinen 12 km langen Schulweg mit dem Fahrrad durchschnittlich 48 Minuten. Heute hat er durch einen Umweg eine Stunde benötigt.
- Wie lang war der Umweg? Schreibe eine Begründung dafür auf, dass der errechnete Umweg dem tatsächlichen vermutlich nicht entspricht!
 - Zum Wochenende hat Bart mit seinen Eltern eine 90-minütige Radtour von 20 km Länge gemacht. Wie lange wäre er bei gleicher Geschwindigkeit auf 36 km unterwegs gewesen?
 - Bart schafft 6 km in durchschnittlich 18 Minuten. Er hat für den Hinweg einer Radtour $2\frac{1}{2}$ Stunden Zeit. Wie weit kann er fahren?

Aufgabe 8

- a) Auf einer 780 km langen Strecke fährt Yannik mit einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von 95 km/h.
- Welche Zeit benötigt er?
 - Er möchte seine Fahrzeit um 1h 12min verkürzen. Welche durchschnittliche Geschwindigkeit muss Yannik nun fahren?
- b) Ein Aufenthalt im Landschulheim kostet für 33 Schülerinnen und Schüler einer Klasse 4141,50 €.
- Welchen Betrag muss jeder bezahlen?
 - Da auch noch eine zweite Klasse der Schule mit 27 Schülerinnen und Schülern zur gleichen Zeit das Landschulheim nutzen möchte, ermäßigt sich der Preis pro Person um 10 %. Wie hoch sind nun die Gesamtkosten?
- c) Ein neues Baugebiet soll so parzelliert werden, dass alle Grundstücke gleiche Größe haben. Teilt man es in 15 Parzellen, so ist jede Parzelle 800 m² groß. Die Gemeinde möchte allen 20 Interessenten gleich große Grundstücke geben.
- Wie groß werden dann die Grundstücke?
 - Wie viele Parzellen kann die Stadt vergeben, wenn die Größe lediglich 500 m² beträgt?



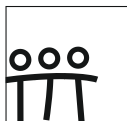
Teilnehmerinnen und Teilnehmer, die an der Erstellung der Materialien beteiligt sind

| Name | Vorname | Dienststelle |
|--------------------|-------------|---------------------------------------------------------|
| Borggreve | Peter | Gymnasium Syke |
| Breidert | Lutz | Gymnasium Himmelsthür |
| Dierks | Andreas | Gymnasium Himmelsthür |
| Glaser | Torsten | Niedersächsisches Kultusministerium |
| Hagen | Marten | Gymnasium Papenburg |
| Körner | Henning | Studienseminar für das Lehramt an Gymnasien Oldenburg |
| Kramer | Olaf | Gymnasium Syke |
| Kronabel | Edmund | Gymnasium Papenburg |
| Krüger | Ulf-Hermann | Gymnasium Syke |
| Lampe | Hans-Ulrich | Studienseminar für das Lehramt an Gymnasien Stadthagen |
| Pinkernell | Guido | Gymnasium Johanneum Lingen |
| Röhrkasten | Cornelia | Gymnasium Hankensbüttel |
| Schlichting | Folkert | Studienseminar für das Lehramt an Gymnasien Göttingen |
| Sperlich | Thomas | Studienseminar für das Lehramt an Gymnasien Hildesheim |
| Stenten-Langenbach | Hans-Dieter | Gymnasium Marianum Meppen |
| Stöber | Torsten | Gymnasium Johanneum Lüneburg |
| Suhr | Friedrich | Gymnasium Johanneum Lüneburg |
| Toth-Hohmann | Anja | Gymnasium Hankensbüttel |
| Vehling | Reimund | Studienseminar für das Lehramt an Gymnasien Hannover II |
| Weißmann | Karin | Gymnasium Hankensbüttel |
| Wierzyk | Barbara | Gymnasium Johanneum Lüneburg |

CAliMERO – Computer-Algebra im Mathematikunterricht: Entdecken, Rechnen, Organisieren

Band 1: Methodische und Didaktische Handreichung

Kontakt:



T³ DEUTSCHLAND

www.t3deutschland.de

Kooperationspartner:



education.ti.com/deutschland



www.calimero.com

CL2007CALIMERO/2
XX/SL/1E5/HU
ISBN 978-3-934064-73-7