

Zinsrechnung

Sophie (14 Jahre) hat zu ihrer Konfirmation 1200 € geschenkt bekommen. Für 350 € will sie sich ein schickes Fahrrad kaufen, den Rest will sie sparen. Johannes (13 Jahre) hatte Firmung und hat dabei von seinem Großvater 500 € und von seiner Großtante Klara 300 € geschenkt bekommen. Johannes möchte das Geld sparen und später damit seinen Führerschein zu finanzieren. Beide haben sich bei den örtlichen Sparkassen und Banken beraten lassen, wie sie ihr Geld anlegen können. Auf einem normalen Sparbuch erhalten sie 2,75% Zinsen; wenn sie ihr Geld für 5 Jahre fest anlegen, erhalten sie 4% Zinsen.

Problemfelder:

- 1) Wie entwickelt sich das Kapital bei den unterschiedlichen Anlageformen?
- 2) Sophie will ihre Zinsen vom Sparbuch jedes Jahr abheben um sie zu verprassen. Steht sie damit insgesamt viel schlechter da?
- 3) Nach wie vielen Jahren hätte sich das Kapital verdoppelt? Wie würde es sich auswirken, wenn Sophie das ganze Geld sparen würde? Wie würde es sich auswirken, wenn der Zinssatz höher oder niedriger wäre?
- 4) Wie wirkt sich eine Zinsschwankung bei den Sparzinsen auf das Kapital aus?
- 5) Sophie bringt ihr Geld auf das Sparbuch und Johannes legt sein Geld fest an. „Überholt“ Johannes dann Sophie?

Experimentiere mit Hilfe der Tabellenkalkulation und beantworte die Fragen auch unter zu Hilfenahme entsprechender Grafiken.

Analyse:

Das Wachstum des Kapitals kann kurz durch folgende Beziehung dargestellt werden:

Kapital_neu = Kapital_alt + Zuwachs mit $\text{Zuwachs} = \text{Kapital_alt} \cdot \text{Zinssatz}$

Diese Formel ist nach Aufbau einer entsprechenden Tabelle kopierfähig.

Bei der Beantwortung von Aufgabenteil 2 muss das Kapital mit Zinseszinsen dem Kapital ohne Zinseszins gegenübergestellt werden, wobei die Zinsen aber jeweils zu addieren sind.

Das Problem der Verdoppelung des Kapitals kann zu der Erkenntnis führen, dass für die Verdoppelungszeit immer ungefähr gilt: $p \cdot t_d \approx 70$

Rechenblatt in CellSheet™ (TI-83 Plus):

TABE	A	B	C
1	SOPHIE	850	KAPAL
2	JOHANN	800	850
3	SPAR	.0275	873.38
4	FEST	.04	897.39
5			922.07
6			947.43
A3: "SPAR"			[Menu]

Bild1

TABE	A	B	C
1	KAPITA	850	KAPAL
2			850
3	Z-SATZ	.0275	873.38
4			897.39
5			922.07
6			947.43
A2:			[Menu]

Bild 2

TABE	A	B	C
1	KAPITA	800	KAPAL
2			800
3	Z-SATZ	.04	832
4			865.28
5			899.89
6			935.89
B4:			[Menu]

Bild 3

TABE	C	D	E
1	KAPALT	ZINS	KAPNE
2	800	32	832
3	832	33.28	865.28
4	865.28	34.611	899.89
5	899.89	35.996	935.89
6	935.89	37.435	973.32
E6: =C6+D6			[Menu]

Bild 4

TABE	C	D	E
27	2132.7	85.307	2218
28	2218	88.719	2306.7
29	2306.7	92.268	2399
30	2399	95.959	2494.9
31	2494.9	99.797	2594.7
32	2594.7	103.79	2698.5
D32: =C32+D32			[Menu]

Bild 5

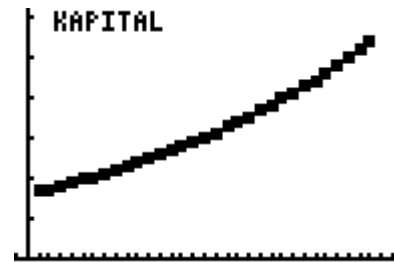


Bild 6

Hinweise

Die Tabelle sollte nach anfänglichen direkten Übersetzungen wie in Bild 1 besser allgemeiner wie in Bild 2 aufgebaut werden. Hierbei lassen sich die Fragen durch verändern der Parameter *KAPITAL* und *Z-SATZ* fast alle Fragen beantworten. Man kann natürlich einzelne Probleme durch Einbindungen von Abfragen mit *IF(Bed., Wert 1, Wert2)* eleganter bearbeiten.

Bei der Erstellung einer Grafik benötigt man im Scatter-Plot eine x_Liste. Diese kann man sich in einer zusätzlichen Spalte anlegen, wobei man im *Menü* unter *Options* den Befehl *Sequence* geschickt benutzen kann:

CELLSHEET MENU
 1:File...
 2:Edit...
 3:Options...
 4:Charts...
 5:Help
 6:Quit CellSheet

OPTIONS
 1:Statistics...
 2:Fill Range...
 3:Sequence...
 4:Import/Export...
 5:Sort...
 6:Col Decimal...

SEQUENCE
 1st Cell:F2
 seq(X,X,1,32)
 Down Right
 Enter

Das Problem lässt sich gut in Partner oder Kleingruppenarbeit bearbeiten. Besonderen Wert sollte auf die Variation der Parameter (Kapital, insb. Zinssatz) gelegt werden, die hier einfach durchführbar ist.

Zu Optimierung der Grafiken können die Schülerinnen und Schüler das Rechenblatt in der Schule oder zu Hause mittels des Programms *TI CellSheet Konverter™* in Excel™ exportieren und sich dort geeignet darstellen lassen.

Anschlussprobleme sind in jedem Schulbuch zu finden. Das Problem der Verzinsung mit und ohne Zinseszinsen lässt sich hier gut analysieren.

Die Realisation auf dem TI-89/92/Voyage ist ähnlich und sieht wie folgt aus:

F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8
File	Plot	Edit	Undo	\$	Funcs	Stat	ReCalc
zin	A	B	C	D	E	F	
1	sophie	850	kapalt	zins	kapneu		
2	johan...	800	850	23.375	873.38		
3	spar	.0275	873.38	24.018	897.39		
4	fest	.04	897.39	24.678	922.07		
5			922.07	25.357	947.43		
6			947.43	26.054	973.48		
7			973.48	26.771	1000.3		
D2: =C2*5B53							
GAMMA RAD AUTO FUNC							

Bild 7

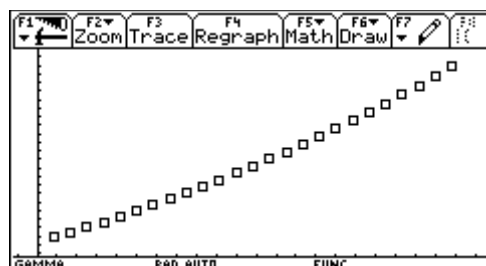


Bild 8